Zum Stand der Berechnungsmethoden von Logarithmen im 17. Jahrhundert

Gerlinde Faustmann, Klaus Kühn

In dieser Arbeit wird die Berechnung der ersten dekadischen Logarithmen von natürlichen Zahlen behandelt, wobei besonders die Tafeln von Ezechiel de Decker (1603-1643) thematisiert werden. Zusätzlich wird ein Überblick über die im 17. Jahrhundert erschienenen Logarithmentafeln sowie deren Berechnungsmethoden gegeben. Abschließend werden noch die „musikalischen Logarithmen" von Juan Caramuel De Lobkowitz (1606-1682) entsprechend erläutert.

0. Historische Entwicklung des Logarithmus

Die ersten Gedanken zur Entwicklung der Logarithmen kann man bei den Babyloniern (~1600 v. Chr.) in ihren Tafeln der Potenzen erkennen. In Euklids (~300 v. Chr.) Elementen findet man eine allgemeine Aussage zur Division von Potenzen.
Archimedes (~ 215 v. Chr.) hatte keine Potenzschreibweise, er kannte aber bereits in seiner Sandkörnerrechnung das "Prinzip der Logarithmen". Einen Anfang für die Potenzbezeichnungen brachte um ca. 250 n. Chr. die Arithmetik des Diophant von Alexandria.
Um 1200 n. Chr. findet man bei Jordanus Nemorarius eine schwache Spur von Archimedes' Gedanken, bei Nicole Oresme (1323-1382) kommen zum ersten Mal im Jahr 1360 gebrochene Exponenten vor. Nicolas Chuquets' (1445-1488) Werk "Triparty" (1484) enthält eine arithmetische und geometrische Folge mit positiven Exponenten und in Christoph Rudolff's (1500-1549) "Coß"(1525) ist ein Zusammenhang zwischen der Multiplikation der Glieder einer geometrischen Folge sowie der Addition arithmetischer Folgenglieder zu finden. Michael Stifel (1487? -1567) erweitert 1544 Chuquets Folge um negative Zahlen. In "Canon mathematicus" (1579) bevorzugt François Viète (1540-1603) Dezimalbrüche gegenüber Sexagesimalbrüchen, Simon Stevin (1548-1620) ersetzt schließlich um 1600 die Brüche durch Dezimalzahlen und führt unendliche Dezimalzahlen ein.
Die erste von John Napier (1550-1617) verfasste Logarithmentafel erscheint unter dem Titel "Mirifici Logarithmorum canonis descriptio…" im Jahr 1614 in Edinburgh. Zur 400. Wiederkehr der Herausgabe dieser siebenstelligen Logarithmentafel fand 2014 in Edinburgh eine Gedenkveranstaltung statt[1].
Jost Bürgi´s (1552-1632) "Arithmetische und Geometrische Progreß-Tabulen" erscheinen 1620 in Prag.[2]

[1] https://www.collectanea.eu/napier400memorial/
[2] Gerlinde Faustmann: Österreichische Mathematiker um 1800. Wien 1992. S. 4 ff..

Nach dem Erscheinen der ersten Logarithmentafel von John Napier wurden durch Henry Briggs (1561-1630), Jost Bürgi (1552-1632), John Speidell (1600–1634), Johannes Kepler (1571-1630), Benjamin Ursinus (1587-1634), Petrus Crüger (1580-1639), Edmund Gunter (1581-1626), Denis Henrion (~1580 - ~1632), Ezechiel De Decker (1603-1643) u. a. weitere Tafeln publiziert. Dabei wurden verschiedene Wege von Logarithmentypen beschritten:

- Napier´sche Logarithmen (diese Linie verfolgten Speidell, Gunter, Ursinus, Crüger …),
- Bürgi´sche Antilogarithmen (keine weiteren Herausgeber bekannt),
- Briggs´sche dekadische Logarithmen (diese Linie verfolgten de Decker, Vlacq und viele andere).

Erst die im 18. Jahrhundert einsetzende Entwicklung der Logarithmentheorie führte dazu, auch den "ersten Logarithmen" eine Basis zuzuordnen.[3]
Die „Exponentendefinition“ findet man erst bei Leonhard Euler (1707-1783) in seiner "Introductio" von 1748. Durch geschickte Überlegungen kann man bei Napiers Logarithmen als Basis $\frac{1}{e}$ erkennen. Dabei ist natürlich zu bemerken, dass die Euler‘sche Zahl erstmalig in einer Handschrift von Euler zu finden ist, die er im Jahr 1727 oder 1728 verfasste und die erst 1862 publiziert wurde[4].
Im Laufe des 17. Jahrhunderts entwickelten sich verschiedene Methoden zur Logarithmenberechnung sowie zu deren Bezeichnung.

1. Tafeln laut Napier

Im Jahre 1616 erschien eine englische Übersetzung von Napier's "Descriptio", die im Auftrag der "East India Company" vom Navigationsexperten und Kartographen Edward Wright (1561-1615) durchgeführt wurde. Dieses Werk ist eine Abkehr von der Gelehrtensprache Latein zur Landessprache und ist abgesehen von der Änderung der Stellenzahl mit Napier's Tafel identisch. Wright publizierte bereits im Jahr 1599 in London ein Werk mit dem Titel "CERTAINE ERRORS IN NAVIGATION". Florian Cajori (1859-1930) behauptet in seinem Werk "On an Integration ante-dating the Integral Calculus", dass in Wright's Werk Logarithmen bereits mittels Integralen berechnet wurden.[5]
1618 veröffentlichte Edward Wright die 2. Auflage der englischsprachigen "Descriptio". Darin erscheint als Appendix eine Arbeit, die zunächst Henry Briggs als Autor sah, inzwischen aber William Oughtred (1574-1660) als gesichert zugeschrieben wird. In diesem Werk wurde der Napier´sche trigonometrische Ansatz der Logarithmen um einen numerischen ergänzt[6].
Johannes Kepler bemühte sich ab dem Jahr 1620 um die Verbreitung der Napier´schen Logarithmen und vollendete im Jahr 1622 seine erste Logarithmentafel, die die Logarithmen für die Zahlen 1 bis 1000 enthielt, allerdings aber erst im

---

[3] Stephan Weiss: Anmerkungen zur Idee der historischen Logarithmen. www.mechrech.info/publikat/IdeeLog/pdf. S.35.
[4] Florian Cajori, A HISTORY OF MATHEMATICAL NOTATIONS, New York 1993. Vol II: S. 13.
[5] Analog moderner Notation: $\int_0^\theta \sec\theta \, d\theta = \log\tan((90°-\theta)/2)$.
[6] Klaus Kühn IM 2006 Proceedings: William Oughtred und die Logarithmen, Band I S.1-12.

Jahr 1624 als "Chilias Logarithmorum" veröffentlicht wurde.[7] In seinem "Supplementum Chiliadis Logarithmorum" (Marburg 1625) ist erstmals die logarithmische Funktionalgleichung zu finden.[8]
In Deutschland wurden Napier´sche Tafeln für Winkelfunktionen und für ganze Zahlen von 1 bis 9999 von Petrus Crüger im Jahr 1634 in Danzig herausgegeben. Er berechnete die Logarithmen gemäß Napier lt.[9]:

$$\log \text{cru}\,(x) = 10^5 \log \text{Nap}\left(\frac{x}{10^4}\right)$$

Die Anwendung von Napiers Logarithmen war etwas kompliziert, die Logarithmen wurden nicht als Exponenten zu einer bestimmten Basis aufgefasst.

1.1. John Speidell (1600–1634)[10]

John Speidell nahm Änderungen und Ergänzungen in der "Descriptio" vor und publizierte 1619 eine Tafel mit dem Titel "New Logarithms".
Diese Tafel enthält die Logarithmen der Sinus-, Cosinus-, Tangens-, Cotangens-, Sekans- und Cosekanswerte. In sechs Spalten findet man positive Werte, die das arithmetische Komplement von Napiers Werten sind. Die Napier´schen Logarithmen wurden von 10 000 000 abgezogen, wodurch die Logarithmen der Tangens- und Cotangeswerte positiv wurden. Analog zu Napiers Logarithmen gilt auch bei Speidell log 1 ≠ 0.

Deg. 30. Nombers for the

M.	Sine.	Comp.	Tangent	Comp.	Secant.	Comp.	
0	930685	985616	945069	54931	14384	69315	60
1	930736	985599	945137	54863	14401	69264	59
2	930786	985582	945204	54796	14418	69214	58

Abbildung 1: Speidell: New Logarithms, Tafelanfang für 30°[11]

Eine Neuauflage der „New Logarithms" erschien im Jahr 1622 und enthielt einen Anhang mit den natürlichen Logarithmen aller ganzen Zahlen von 1-1000. Die Logarithmen der ganzen Zahlen berechnete Speidell, indem er den Napier´schen Logarithmus der Zahl vom Napier´schen Logarithmus von 1 subtrahierte:
"$\log \text{Spe}\ x = \log \text{Nep}\ 1 - \log \text{Nep}\ x = 10^6 * \ln x$"[12].
Zu größeren Zahlen gehören auch größere Logarithmen und log Spe 1 = 0. Werden somit Speidells Logarithmen durch 10^6 dividiert, so erhält man natürliche Logarithmen, was aber wahrscheinlich nicht beabsichtigt war. Obwohl das Werk

---

[7] Faustmann: Öster. Math. S. 22 ff.

[8] Siehe: Detlef Gronau, The Logarithms – From Calculation to Functional Equations. In: Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik, Neuhofen an der Ybbs, 22.–28. 10. 1989. Hrsg. Christa Binder.

[9] Weiss, S. 19.

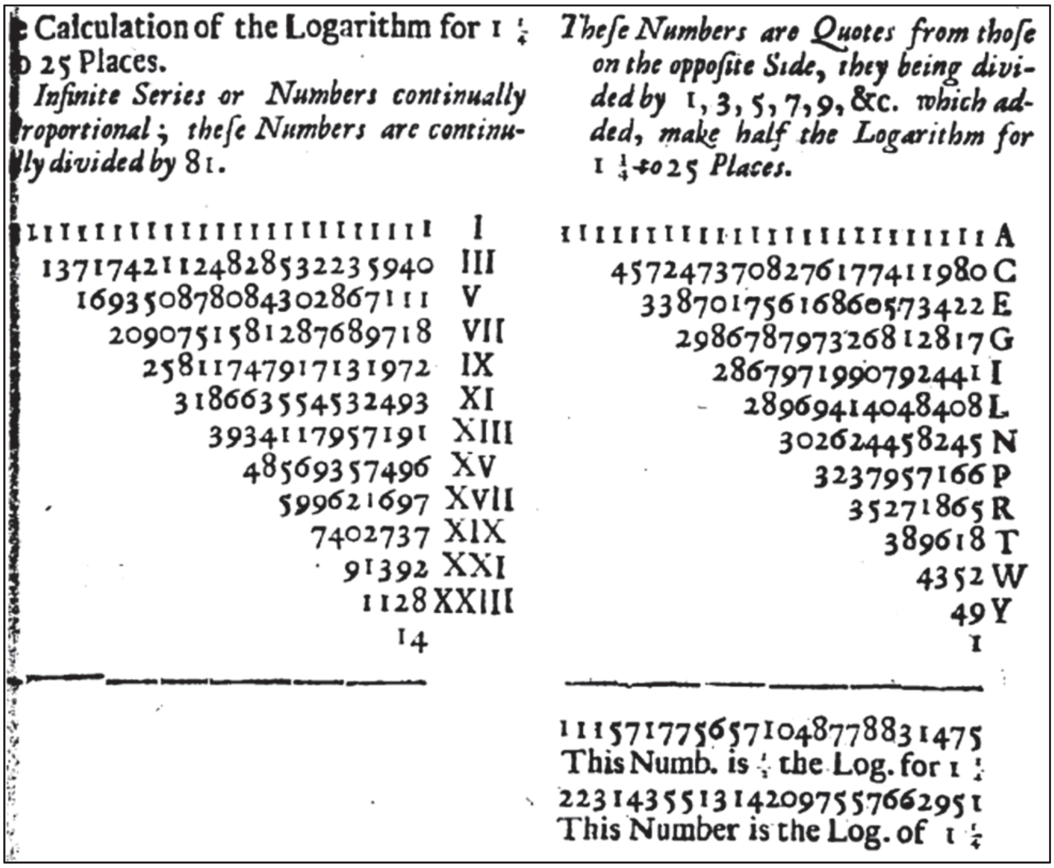
[10] John Speidell war Mathematiklehrer in London und einer der ersten, der Natürliche Logarithmen der Winkelfunktionen berechnete. Gemeinsam mit William Oughtred (1575-1660) und Richard Norwood (1590-1665) regte er die Kurzbezeichnung für Trigonometrische Funktionen an.

[11] Weiss, S. 16.

[12] Weiss, S. 17.

keinerlei Erklärungen und Beispiele enthielt, erfuhr es bis 1627 neun Auflagen.[13] Im Jahr 1807 erfolgte ein Nachdruck.

Sein Sohn Euclid Speidell gab 1688 Tafeln mit dem Titel "LOGARITHMOTECHNIA OR THE MAKING OF NUMBERS" heraus, die die Logarithmen auf 25 Stellen enthalten.



Calculation of the Logarithm for 1 ¼ to 25 Places.
Infinite Series or Numbers continually proportional; these Numbers are continually divided by 81.

1111111111111111111111111 I
13717421124828532235940 III
169350878084302867111 V
2090751581287689718 VII
25811747917131972 IX
318663554532493 XI
3934117957191 XIII
48569357496 XV
599621697 XVII
7402737 XIX
91392 XXI
1128 XXIII
14

These Numbers are Quotes from those on the opposite Side, they being divided by 1, 3, 5, 7, 9, &c. *which added, make half the Logarithm for* 1 ¼ *to* 25 *Places.*

1111111111111111111111111 A
4572473708276177411980 C
33870175616860573422 E
298678797326812817 G
2867971990792441 I
28969414048408 L
302624458245 N
3237957166 P
35271865 R
389618 T
4352 W
49 Y
1

1115717756571048778831475
This Numb. is ½ the Log. for 1 ¼
2231435513142097557662951
This Number is the Log. of 1 ¼

Abbildung 2: Euclid Speidell: Logarithmotechnia, Berechnung log 1 $\frac{1}{4}$ auf 25 Stellen[14]

In diesem Werk wird die Berechnung der Logarithmen mit dem Hinweis auf Michael Dairy[15], der um das Jahr 1670 in London wohnte, ausführlich erklärt.

Im Beispiel (Abb. 2) ist die Berechnung des natürlichen Logarithmus von $1\frac{1}{4}$ angeführt.

Es würde den Rahmen sprengen, auf dieses in der Geschichte der Logarithmen noch nicht bearbeitete Werk genauer einzugehen.

Am Schluss dieses Werkes findet man den am 26. März 1688 in London verfassten Hinweis an den Leser: "7- oder 8-stellige Logarithmen seien leicht zu berechnen, aber 25-stellige würden sehr schwer, wenn nicht sogar unmöglich sein... Mit dem Leser soll in diesem Werk die Verbesserung der Berechnungen geteilt werden …"[16]

---

[13] Martin Champbell-Kelly, Mary Croarken u.a.: The History of Mathematical Tables. Oxford University Press 2007. S. 69.

[14] Euclid Speidell: Logarithmotechnia, London 1686. S. 37.

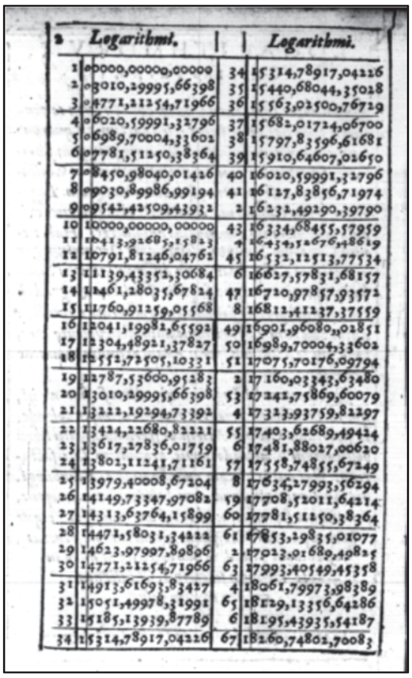
[15] Es konnten keine biographischen Daten gefunden werden.

[16] Freie Übersetzung: Gerlinde Faustmann, Klaus Kühn.

2. Dekadische Logarithmen

2.1. Henry Briggs (1561-1630)

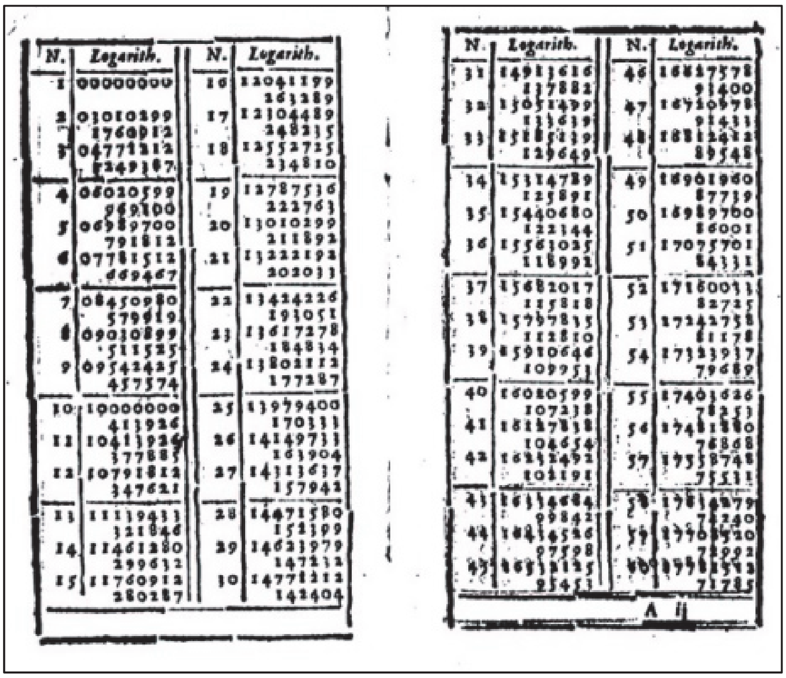
Henry Briggs[17] erklärte im Jahr 1615 seinen Studenten am Gresham College in London das Rechnen mittels der Napier´schen Logarithmen. Brieflich informierte er aber Napier, dass es einfacher wäre, den log sin 90° weiterhin gleich Null zu lassen, jedoch den Logarithmus vom 10. Teil des ganzen Sinus 10 000 000 000 (10^{10}) zu setzen.



2

	Logarithmi.		Logarithmi.
1	00000,00000,00000	34	15314,78917,04226
2	03010,29995,66398	35	15440,68044,35028
3	04771,21254,71966	36	15563,02500,76729
4	06020,59991,32796	37	15682,01724,06700
5	06989,70004,33602	38	15797,83596,61681
6	07781,51250,38364	39	15910,64607,02650
7	08450,98040,01426	40	16020,59991,32796
8	09030,89986,99194	41	16127,83856,71974
9	09542,42509,43932	2	16232,49290,39790
10	10000,00000,00000	43	16334,68455,57959
11	10413,92685,15823	4	16434,52676,48619
12	10791,81246,04762	45	16532,12513,77534
13	11139,43352,30684	6	16627,57831,68157
14	11461,28035,67824	47	16720,97857,93572
15	11760,91259,05568	8	16812,41237,37559
16	12041,19982,65592	49	16901,96080,02851
17	12304,48921,37827	50	16989,70004,33602
18	12552,72505,10331	51	17075,70176,09794
19	12787,53600,95283	2	17160,03343,63480
20	13010,29995,66398	53	17242,75869,60079
21	13222,19294,73392	4	17323,93759,82297
22	13424,22680,82221	55	17403,62689,49424
23	13617,27836,01759	6	17481,88027,00620
24	13802,11241,71161	57	17558,74855,67249
25	13979,40008,67204	8	17634,27993,56294
26	14149,73347,97082	59	17708,52011,64214
27	14313,63764,15899	60	17781,51250,38364
28	14471,58031,34222	61	17853,29835,01077
29	14623,97997,89896	2	17923,91689,49825
30	14771,21254,71966	63	17993,40549,45358
31	14913,61693,83427	4	18061,79973,98389
32	15051,49978,31991	65	18129,13356,64286
33	15185,13939,87789	6	18195,43935,54187
34	15314,78917,04226	67	18260,74802,70083

Abbildung 3: Briggs: Logarithmorum Chilias Prima' (1617), http://www.pmonta.com/tables/logarit... (Public Domain)



N.	Logarith.	N.	Logarith.
1	00000000	16	12041199
			263289
2	03010299	17	12304489
	1760912		248236
3	04771212	18	12552725
	1249387		234810
4	06020599	19	12787536
	969100		222763
5	06989700	20	13010299
	791812		211893
6	07781512	21	13222193
	669467		202033
7	08450980	22	13424226
	579919		193051
8	09030899	23	13617278
	511525		184834
9	09542425	24	13802112
	457574		177287
10	10000000	25	13979400
	413926		170333
11	10413926	26	14149733
	377885		163904
12	10791812	27	14313637
	347621		157943
13	11139433	28	14471580
	321846		152399
14	11461280	29	14623979
	299632		147233
15	11760912	30	14771212
	280287		142404

N.	Logarith.	N.	Logarith.
31	14913616	46	16627578
	137882		93400
32	15051499	47	16720978
	133640		91433
33	15185139	48	16812412
	129649		89548
34	15314789	49	16901960
	125891		87739
35	15440680	50	16989700
	122144		86001
36	15563025	51	17075701
	118992		84331
37	15682017	52	17160033
	115818		82725
38	15797835	53	17242758
	112810		81178
39	15910646	54	17323937
	109953		79689
40	16020599	55	17403626
	107238		78253
41	16127838	56	17481880
	104654		76868
42	16232492	57	17558748
	102191		75531
43	16334684	58	17634279
	99842		74240
44	16434526	59	17708520
	97598		[illegible]
45	16532125	60	17781513
	95453		[illegible]

A ii

Abbildung 4: Ausgabe der 'Logarithmorum Chilias Prima" (1626 von E. Wingate herausgegeben) Titelseite siehe http://www.cbi.umn.edu/hostedpublications/Tomash/pdf/03%20B%20chapter.pdf

Napier hatte auch bereits Überlegungen bezüglich einer Basis 10 angestellt und in seiner „Descriptio" angedeutet. Während des Besuchs im Sommer 1615 in Edinburgh schlug er Briggs vor, dass "log 1 = 0 und der Logarithmus des ganzen Sinus bei dezimaler Radiuslänge, dh. log sin 90° = log 10 000 000 000 = 10 sein sollte."[18] „Die Priorität John Napier's an der Idee der Zehnerlogarithmen stellte sein Sohn Robert Napier erneut im Vorwort der posthum erschienen Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio, Edinburgh 1619, heraus."[19]

---

[17] Henry Briggs wurde in Warleywood bei Halifax geboren. Am St. John's College in Cambridge erhielt er 1581/82 das Baccalaureat, 1585 wurde er Master. Er studierte in Cambridge Mathematik und wirkte dort ab dem Jahr 1591 als Sublektor und ab 1592 als Lektor. Im Jahr 1597 wurde er der erste Professor für Geometrie und Astronomie am Gresham College in London, und ab 1620 war er Professor für Geometrie in Oxford. 1615 besuchte er John Napier in Edinburgh, um mit ihm über „seine Logarithmen" zu sprechen. In Napier's Todesjahr 1617 erschien Briggs'"Logarithmorum chilias prima", 1624 publizierte Briggs in London sein Hauptwerk „Arithmetica logarithmica". Henry Briggs starb 1630 im Merton College in Oxford.

[18] Wolfgang Kaunzner: Über Henry Briggs, den Schöpfer der Zehnerlogarithmen. In: Visier- und Rechenbücher der frühen Neuzeit, Annaberg-Buchholz 2008. S. 189.

[19] Kaunzner, Über Henry Briggs, S. 190.

Briggs publizierte 1617 die erste Logarithmentafel mit Zehnerlogarithmen. Dieses extrem seltene Buch enthält kein Titelblatt und hat einen Umfang von 16 Seiten. Die Einleitung wurde in Latein verfasst, die weiteren 15 Seiten enthalten 14 stellige Zehnerlogarithmen der ganzen Zahlen von 1 bis 1000.[20]
In diesen Tafeln findet man die ersten dekadischen Logarithmen mit 14 Stellen. Die Kennziffer ist durch einen senkrechten Strich abgeteilt und die Kommata dienen zur leichteren Lesbarkeit.

2.1.1. Berechnungsmethode

Um den Logarithmus einer Zahl zu suchen, wurde diese zwischen zwei benachbarte Potenzen von 10 eingeschlossen. Von diesen 2 Grenzen nahm er nun den Logarithmus und berechnete überdies ihre mittlere geometrische Proportionale und von dieser den Logarithmus nach der Formel:

$$\log x = \log \sqrt{10^n \cdot 10^{n+1}} = \frac{(2n+1)}{2},$$

wodurch die gegebene Zahl und deren Logarithmus in engere Grenzen eingeschlossen wurden. Wird nun dieses Verfahren hinreichend oft wiederholt, so kann man sich der gegebenen Zahl und dem zugehörigen Logarithmus auf jeden beliebigen Genauigkeitsgrad nähern.[21]
Briggs hatte somit eine schnelle Methode, um beispielsweise log 2 zu berechnen. Er suchte eine 2-er Potenz, die in der Nähe einer 10-er Potenz war. Aus der Stellenanzahl der 10-er Potenz erhielt er Schranken für den Logarithmus der Zahl und dividierte diese Schranken durch den Exponent. Er setzte dieses Verfahren so lange fort, bis er z. B. Log 2 auf 14 Dezimalstellen erhielt.
Aus dem Logarithmus von 2 konnte er dann leicht den Logarithmus von 5 mittels log (2 x 5) = log 2 + log 5 und Log 5 = 1 – log 2 berechnen.[22] Für die Berechnung von log 3 startete er mit $6^9 = 10\,077\,696$ und ging analog zu log 2 vor, um die gewünschte Stellenanzahl von log 6 zu bekommen. Aus log 6 – log 2 resultiert dann log 3. Analog ging Briggs für weitere Primzahlen vor.
Im Jahre 1624 erschien von Briggs die "Arithmetica logarithmica", welche vierzehnstellige dekadische Logarithmen der natürlichen Zahlen von 1 bis 20 000 und von 90 000 bis 100 000 enthielt.
In diesem Werk erkennt man, dass durch fortgesetztes Ziehen der Quadratwurzel aus 10 die Logarithmen der entsprechenden Zahlen erhalten wurden.
Briggs führte dies bis zu 30-mal durch und stellte fest, dass $\frac{\log(1+x)}{x}$ für kleinere x gegen 0,4342944… strebt. Für die Berechnung der Wurzeln entwickelte Briggs „seine Differenzenmethode“.[23] Um die fehlenden Briggs´schen Logarithmen der

[20] Denis Roegel, A reconstruction of the tables of Briggs‘ Arithmetica logarithmica (1624). https://hal.inria.fr/inria-00543939. 2010. S. 3.
[21] Jakob Cebular, Berechnung der Brigg’schen und Neperschen Logarithmen. In: Jahresbericht der Oberrealschule Görz 1875/2, s. 12.
[22] Denis Roegel. A reconstruction of the tables of Briggs’ Arithmetica logarithmica (1624). [Research Report] 2010. inria-00543939
[23] Siehe Thomas Sonar, Von der Berechnung der Logarithmentafeln. S. 31 ff.

Zahlen von 20000 bis 90000 zu vervollständigen, hat Briggs die Leserschaft dazu aufgerufen, sich an deren Berechnung zu beteiligen. Mit dieser Aufforderung hatten sich einige an Logarithmen Interessierte und auch Geschäftsleute befasst.

2.2. John Newton (1622-1678)

Briggs umfangreiche, in Latein geschriebene, Tafeln waren relativ teuer und für Studenten und Anwender schwer zugänglich. Es gab daher einen Bedarf für billigere und kleinere Tafeln, die in Englisch verfasst waren. Diese Lücke versuchte John Newton[24] zu füllen.

Im Jahr 1654 erschienen seine "Tabulae mathematicae". Der 2. Band beinhaltet trigonometrische Tafeln mit ihren Logarithmen und eine 6-stellige Logarithmentafel der natürlichen Zahlen von 1 bis 10 000.

Die 1658 in London erschienene "Trigonometria Britannica" enthält eine übersichtliche Anordnung von Logarithmen, die in späteren Tafeln übernommen wurde.[25]

2.3. Ezechiel de Decker (1603-1643)

Zu den Geschäftsleuten gehörte der mathematisch ungebildete Holländer Adria(e)n Vlacq (1600-1667)[26], der in der Verbreitung und dem kommerziellen

---

[24] John Newton wurde in Oundle, Notrthamptonshire geboren. 1641 erhielt er das Baccalaureat und ein Jahr später den Master in Oxford. Er war königstreu und unterstützte diesen in Mathematik und Astronomie. Von 1654 bis 1660 unterrichtete er Mathematik in Oxford und schrieb 8 Bücher in Englisch über Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie und Astronomie, in denen er bereits Dezimalzahlen und Logarithmen verwendete. Er wurde Vikar und im Jahr 1662 Rektor von Ross, Herefordshire, wo er 1678 starb. (Lt. Dictionary of National Biography, 1885-1900, Volume 40.).

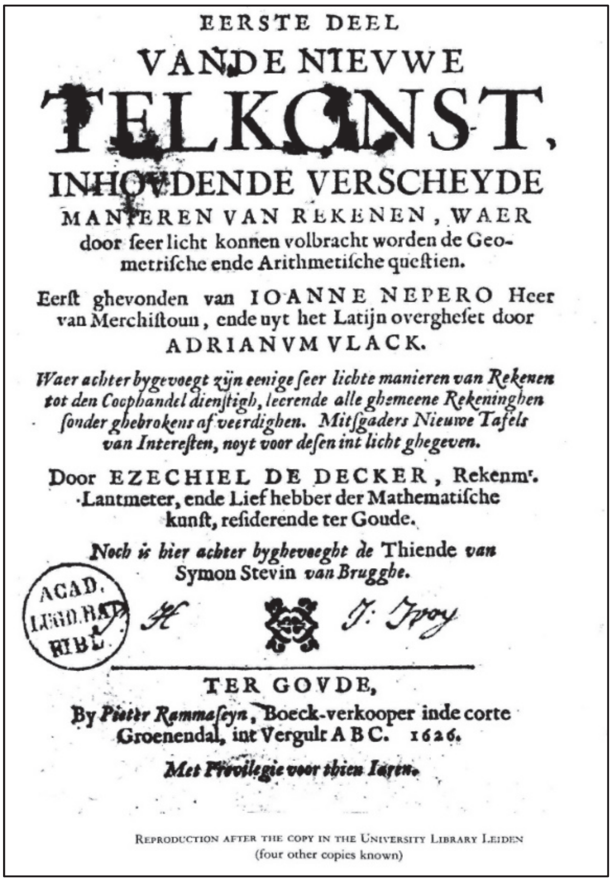
[25] Georg Simon Klügel: Mathematisches Wörterbuch. S. 516.

[26] Adrian Vlacq stammte aus einer gut situierten Familie. Sein Vater Cornelius Vlacq (1556–1656) war Gemeindevorsteher in Gouda. Er erhielt eine gute Schulbildung, insbesondere in der lateinischen und anderen Sprachen. Über eine Bekanntschaft mit dem Landvermesser Ezechiel de Decker begann Vlacq sich für Logarithmentafeln zu interessieren und übersetzte für diesen lateinische Werke von John Napier und Henry Briggs über Logarithmen ins Niederländische. Decker und Vlacq veröffentlichten 1626 ein Buch über damals neue Rechenmethoden „Het eerste deel van de Nieuwe telkonst“ (Der erste Teil der neuen Zählkunst) mit einer Übersetzung von Napier´s Rabdologiae (Napiersche Rechenstäbchen) und „La Theinde“ von Simon Stevin. In einem weiteren Teil publizierte de Decker einen Teil der Logarithmen von Briggs (basierend auf Logarithmen zur Basis 10) von 1624 („Arithmetica Logarithmica“) 10-stellig von 1 bis 10.000. Der Teil von 1 bis 100.000 folgte 1627 („Tweede deel van de Nieuwe telkonst“, veröffentlicht unter de Deckers Namen). Außerdem waren sie auf zehn Stellen gekürzt. Von dieser Ausgabe sind nur wenige Exemplare bekannt, die Auflage war offensichtlich sehr beschränkt. 1628 veröffentlichte Vlacq in Gouda eine zweite Auflage nur unter seinem eigenen Namen (Lateinisch und Französisch). Da Decker keinen Einspruch erhob wurde lange allgemein angenommen (Dirk Struik), dass Vlacq die Tafeln berechnet hatte. Die Tafeln hatten relativ wenig Fehler, fanden weite Verbreitung und machten Vlacq bekannt. Von der ersten Auflage von 1000 Exemplaren waren im Oktober 1628 nach einem Brief von Briggs die meisten schon verkauft, wobei viele an den Londoner Buchhändler Miller gingen, der daraus eine eigene Ausgabe machte. Vlacq wurde Verleger und Buchdrucker und zog nach dem Erfolg seiner Tafeln 1632 nach London. Bei Beginn des Englischen Bürgerkriegs zog er 1642 nach Paris, wo er sechs Jahre blieb bevor er nach Den Haag zog. 1633 und 1636 in kleinerer Version veröffentlichte er in Gouda Tafeln von trigonometrischen Funktionen samt ihren Logarithmen („Trigonometria artificialis sive magnus Canon triangulorum logarithmicus“, in Latein, Französisch, Deutsch) mit einer Genauigkeit von sieben Dezimalstellen (bei den Logarithmen zehnstellig und für Winkeln im Abstand von 10 Bogensekunden). Auch diese waren ein großer Erfolg. Als Verleger publizierte er auch Werke anderer Mathematiker wie die von Briggs. Der Mondkrater Vlacq ist nach ihm benannt. (Lebenslauf aus: https://de.wikipedia.org/wiki/ Adriaan_Vlacq).

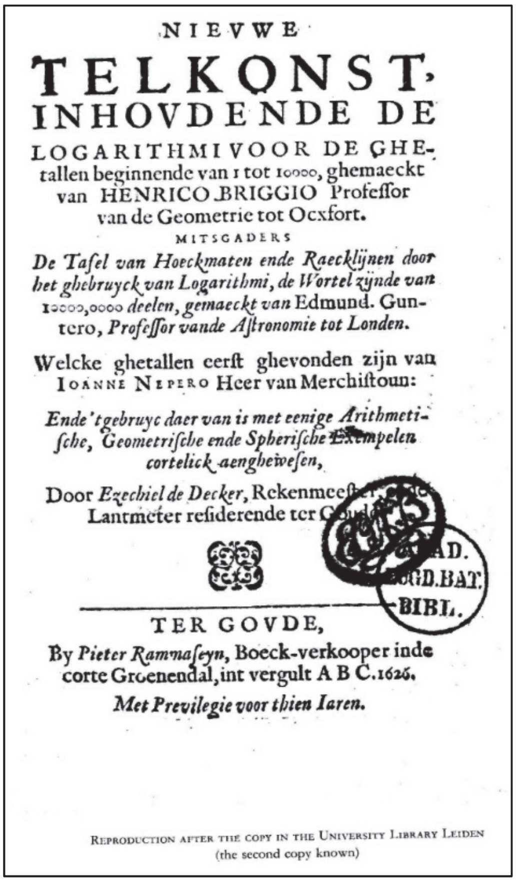
Nutzen von Logarithmentafeln ein großes Geschäft witterte. Allerdings musste er zu diesem Zweck jemanden finden, der sich mit der Berechnung der Logarithmen verstand. So kam es zu einem Kontakt mit seinem Landsmann Ezechiel de Decker, der als Lehrer tätig war und sich auch für die Herausgabe einer kompletten Version der Briggs´schen Logarithmen interessierte. Hier ergänzten sich die beiden, weil für de Decker die Lateinkenntnisse von Vlacq nützlich waren.
Briggs "Arithmetica Logarithmica" von 1624 enthielt die Logarithmen der Zahlen auf 14 Stellen. Um den Aufwand zur Berechnung der "fehlenden" Logarithmen aufwand- und zeitsparend zu reduzieren, hatten sich de Decker und Vlacq auf die Berechnung der "first numbers" von nur 10-stelligen Logarithmen im Jahr 1625 vertraglich verständigt, was de Decker als die Berechnung der Logarithmen der Primzahlen interpretierte.
Um die Verbreitung der Logarithmen zunächst einmal schnell in Holland zu ermöglichen, ließ de Decker[27] im Jahr 1626 in seinem Namen zwei Werke bei dem Drucker Pieter Rammaseyn drucken und herausgegeben. Diesen beiden Werken sollte dann eine große Tafel folgen.
Diese "Große Tafel" erschien 1627 als "Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe", die die dezimalen Logarithmen aus Briggs "Arithmetica Logarithmica" von 1624 enthielt, allerdings vervollständigt um die Logarithmen der Zahlen von 20.000 bis 90.000, die bei Briggs fehlten. Gegenüber der Briggs´schen Tafel waren die Logarithmen von 14 auf 10 Dezimalstellen gekürzt. Diese Tafel war von Pieter Rammaseyn in Gouda gedruckt worden und war viele Jahrhunderte verschollen!
Im Jahre 1920 wurde in der Bibliothek einer Versicherungsgesellschaft das holländische Werk "Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe "zufällig gefunden. Dieser Band kam im Jahre 1627 am 2. Oktober bei Pieter Rammaseyn heraus (siehe Abbildung 5). Es war das einzige Exemplar, das bis dahin bekannt war. Erst nach Studium dieses Bandes hat sich klar herausgestellt, dass der Berechner der Logarithmen in diesem "Tweede Deel…" Ezechiel de

[27] Ezechiel de Decker war Lehrer der Rechenkunst und ab 1621 als Bürger in Gouda nachweisbar. 1629 ging er nach Rotterdam, wo er Navigation unterrichtete und die „Praxis der Großen Seefahrt „veröffentlichte („Practijck van de Groote Zeevaert“). Um 1640 zog er nach Den Haag, wo er Eichmessungen an Fässern durchführte. De Decker trat 1625 in Kontakt mit Adrian Vlacq (einem Verleger), um Bücher über Rechenkunst von John Napier, Simon Stevin, Henry Briggs und de Decker selbst zu veröffentlichen, was 1626 im „Eerste Deel van de Nieuwe Telkunst“(Erster Teil der neuen Rechenkunst) geschah und nur beschränkte Verbreitung fand. Dieser Band enthielt eine von Adrian Vlacq übersetzte Version von John Napier´s „Rabdologia“ (1617) – den Rechenstäbchen, sowie einen Abdruck der „Thiende“ (1585) von Simon Stevin. Bei seinem zweiten Buch von 1626 handelte es sich um die „Nieuwe Telkonst“, in dem die Briggs´schen Logarithmen von 1 bis 10.000 auf 10 Stellen (statt 14) abgedruckt waren. Außerdem erwähnte er als Entdecker der Logarithmen den Schotten John Napier und den Engländer Edmund Gunter, der trigonometrische Logarithmen beigesteuert hatte. De Decker selbst hatte Rechenaufgaben aus dem Versicherungswesen beigetragen. In diesen beiden Ausgaben hat de Decker jeweils das Erscheinen einer "Großen Tafel" angekündigt, die in Vorbereitung war. (Lebenslauf aus: https://de.wikipedia.org/wiki/Ezechiel_de_Decker).

Decker war, da de Decker als alleiniger Herausgeber genannt war. In einer ausführlichen Einleitung von 30 Seiten ging er in 7 Kapiteln auf die Benutzung der Logarithmen mit zahlreichen Beispielen ein. In der Arbeit von A.J.E.M. Smeur[28] ist diese Einleitung vollständig abgedruckt und auch kommentiert worden. Interessanterweise entspricht der inhaltliche Aufbau dieser Arbeit der Einleitung zu Bürgis "gründlichen Unterricht", enthält aber zusätzlich Anwendungshinweise für das Rechnen mit Zinsen/Rabatten … und erläutert daran die Möglichkeit Multiplikation, Division, Regel Detri, Quadratwurzel, Kubikwurzel, vierte Wurzel, mittlere Proportionale bzw. zwei mittlere Proportionale zu vereinfachen.[29]


EERSTE DEEL
VANDE NIEUWE
TELKONST,
INHOUDENDE VERSCHEYDE
MANIEREN VAN REKENEN, WAER
door seer licht konnen volbracht worden de Geometrische ende Arithmetische questien.
Eerst ghevonden van IOANNE NEPERO Heer van Merchistoun, ende uyt het Latijn overghieset door
ADRIANVM VLACK.
Waer achter bygevoegt zijn eenige seer lichte manieren van Rekenen tot den Coophandel dienstigh, leerende alle ghemeene Rekeninghen sonder ghebrokens af veerdighen. Mitsgaders Nieuwe Tafels van Interesten, noyt voor desen int licht ghegeven.
Door EZECHIEL DE DECKER, Rekenm^{r}. Lantmeter, ende Lief hebber der Mathematische kunst, residerende ter Goude.
Noch is hier achter bygheveeght de Thiende van Symon Stevin van Brugghe.

TER GOVDE,
By Pieter Rammaseyn, Boeck-verkooper inde corte Groenendal, int Vergult A B C. 1626.
Met Privilegie voor thien Iaren.


NIEVWE
TELKONST,
INHOVDENDE DE
LOGARITHMI VOOR DE GHEtallen beginnende van 1 tot 10000, ghemaeckt van HENRICO BRIGGIO Professor van de Geometrie tot Ocxfort.
MITSGADERS
De Tafel van Hoeckmaten ende Raecklijnen door het ghebruyck van Logarithmi, de Wortel zijnde van 10000,0000 deelen, gemaeckt van Edmund. Guntero, Professor vande Astronomie tot Londen.
Welcke ghetallen eerst ghevonden zijn van Ioanne Nepero Heer van Merchistoun:
Ende 't gebruyc daer van is met eenige Arithmetische, Geometrische ende Spherische Exempelen cortelick aengheiwesen,
Door Ezechiel de Decker, Rekenmeester, ende Lantmeter residerende ter Goude.

TER GOVDE,
By Pieter Rammaseyn, Boeck-verkooper inde corte Groenendal, int vergult A B C. 1626.
Met Previlegie voor thien Iaren.

Abbildung 5: Ezechiel de Decker: "Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst …" Faksimile 1627.

Interessant ist der Hinweis von Denis Roegel[30], dass H. Gieswald[31] - der Entdecker der Bürgi´schen Anleitung in Danzig - bereits 1856 auf die Existenz des "Tweede Deel…" hinweist - und bemerkt: "...In Holland dürfte nach dem mir vorliegenden Werke Ezechiel de Decker wohl der erste gewesen sein, der Tafeln herausgab, sie

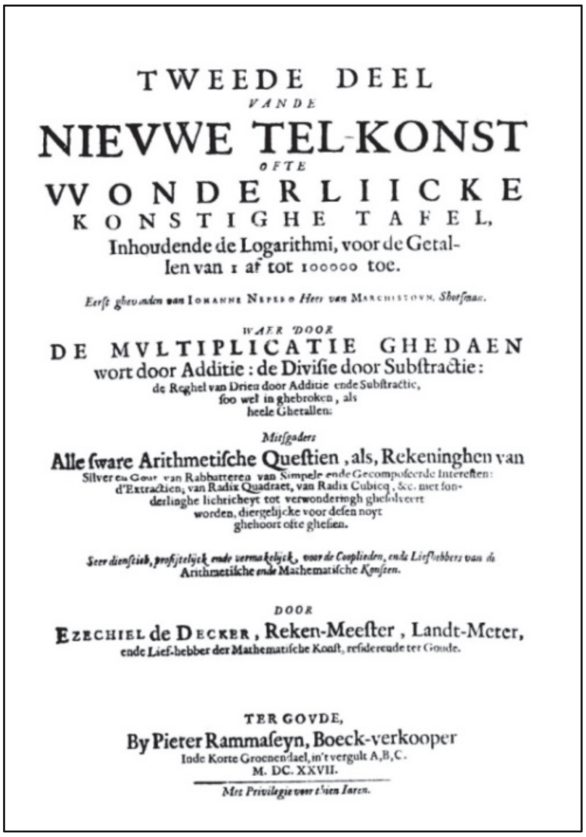
[28] Ezechiel de Decker: Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe Faksimile von 1627 mit einer Einleitung von Alphons Johannes Emile Marie Smeur; Nieuwkoop B. de Graaf 1964.

[29] Erwin Voellmy, Jost Bürgi und die Logarithmen, In: Beiheft Nr. 5 Zur Zeitschrift Elemente der Mathematik, Basel 1948. S. 19.

[30] Denis Roegel: A reconstruction of De Decker-Vlacq´s tables in the Arithmetica logarithmica (1628) pdf at http://locomat.loria.fr - http://locomat.loria.fr/vlacq1628/vlacq1628doc.pdf updated 2014 - Lit [31]

[31] Justus Byrg als Mathematiker und dessen Einleitung in seine Logarithmen: Programm der St. Johannisschule in Danzig 1856;
https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10979407_00016.html

sind 1627 also ein Jahr früher als die häufig erwähnten von Adrianus Vlacq, Mathematiker und Buchhändler zu Gouda verfaßten, erschienen..." Diese Arbeit von H. Gieswald scheint in Historiker-Kreisen nicht bekannt gewesen zu sein.



TWEEDE DEEL
VANDE
NIEVWE TEL-KONST
OFTE
VVONDERLIICKE
KONSTIGHE TAFEL,
Inhoudende de Logarithmi, voor de Getal-
len van 1 af tot 100000 toe.

WAER DOOR
DE MVLTIPLICATIE GHEDAEN
wort door Additie: de Divisie door Substractie:

Alle sware Arithmetische Questien, als, Rekeninghen van

DOOR
EZECHIEL de DECKER, Reken-Meester, Landt-Meter,

TER GOVDE,
By Pieter Rammaseyn, Boeck-verkooper
M. DC. XXVII.

Abbildung 6: Titelblatt aus Henderson 1926

Abbildung 7: Dekadische Logarithmen ab 20.000 aus Tweede Deel [32]

Eine weitere Ausgabe des "Tweede Deel.." ist in der "Tomash Library" beschrieben, allerdings offenbar ohne die originalen de Decker - Logarithmentafeln, dafür aber mit der u.a. dazu gebundenen "Logarithmicall arithmeticke" von Henry Briggs wahrscheinlich aus dem Jahre 1631 (Henderson 26.0)[33].

Die zweite Ausgabe der "Arithmetica Logarithmica", die 1628 von Adriaen Vlacq ebenfalls bei Rammaseyn in Gouda herausgegeben wurde, enthielt die zehnstelligen Logarithmen von 1 bis 100.000. Wie sich nach dem Zufallsfund von 1920 herausstellte, waren diese Logarithmen nicht von Vlacq selbst berechnet worden, sondern von de Decker, da die Logarithmen in der "Arithmetica Logarithmica" von 1628 und die im "Tweede Deel.." identisch waren. Das war nicht unbedingt verwunderlich, da der Drucker Rammaseyn der Gleiche war und die Druckplatten der beiden Logarithmentafel-Ausgaben (de Decker (1627) und Vlacq (1628)) identisch waren[34].

[32] Ezechiel de Decker: Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe; Faksimile von 1627 mit einer Einleitung von Alphons Johannes Emile Marie Smeur; Nieuwkoop B. de Graaf 1964.

[33] Tomash Library D 24: http://www.cbi.umn.edu/hostedpublications/Tomash/pdf/05%20D%20 chapter.pdf

[34] Denis Roegel: A reconstruction of De Decker-Vlacq´s tables in the Arithmetica logarithmica (1628) pdf at http://locomat.loria.fr - http://locomat.loria.fr/vlacq1628/vlacq1628doc.pdf updated 2014 - S. 6 ff.

Die Mathematik-Historiker De Morgan, Hutton, Glaisher, der Holländer De Haan, Cajori (der de Decker nicht erwähnt), von Braunmühl und andere kannten diesen Zufallsfund von 1920 noch nicht und so blieb die akademische Welt im Glauben, dass Adrian Vlacq die Logarithmen in der zweiten Ausgabe der "Arithmetica Logarithmica" von 1628 selbst berechnet hatte, da ein anderer Name (wie z.B. de Decker) nicht im Titel erschien. Der lateinische Text war identisch mit dem der ersten Briggs-Ausgabe von 1624 - nur die Kapitel XII und XIII mit Berechnungsanleitungen waren nicht enthalten. Damit wollte Vlacq mögliche Konkurrenten von eigenen Ausgaben abhalten, was ihm ja auch für viele Jahre gelungen war.
In späteren Ausgaben anderer Autoren wie z.B. Georg von Vega (1754-1802) wurden die zehnstelligen Logarithmen aus den Auflagen von Vlacq vollständig übernommen und Fehler, sofern erkannt, auch korrigiert.
Auch in anderen Fällen hatte Vlacq rücksichtslos seine eigenen Interessen durch "Raubdrucke" vertreten - siehe Molton und Vlacq[35].
Die seit 1633 erschienenen, rein logarithmischen Tafeln für die ganzen Zahlen gehen fast alle auf Vlacqs "Arithmetica Logarithmica" von 1628 mit den von de Decker 1627 berechneten und im "Tweede Deel…" veröffentlichten Logarithmen zurück, was man auch auf Grund der Fehlerfortpflanzung und der Druckplatten feststellen kann.

2.3.1. Logarithmen von Primzahlen: mögliche Berechnungsschritte und Gedanken

Die Berechnungen der 10-stelligen Logarithmen von 20.000 bis 90.000 durch de Decker erfolgte nach den Anleitungen von Henry Briggs, die er in seiner "Arithmetica Logarithmica" (1624) in den Kapiteln XII und XIII beschrieb (siehe Smeur [36], Seite 13).
Hier wäre zu diskutieren, in wie weit de Decker die Logarithmen nur der 6.451 Primzahlen zwischen 20.000 und 90.000 nutzte, um die Berechnung zu beschleunigen, womit Vlacq jedoch nicht einverstanden war. Dennoch hat de Decker der Genauigkeit wegen wahrscheinlich mit den 14-stelligen Logarithmen von Briggs gearbeitet.
Es kann angenommen werden, dass de Decker die Berechnungen der 10-stelligen Logarithmen per Interpolation bzw. intuitiv zeitsparend durch die Mittelwertmethode, die zur Genauigkeit für 10-stellige ausreichte, mit den 14-stelligen Briggs´schen Logarithmen alleine durchführte.
Alle Logarithmen, bis auf die von Primzahlen, lassen sich aus den bekannten, bereits veröffentlichen Logarithmen berechnen. Zur Berechnung der Logarithmen von Primzahlen wird die Tatsache genutzt, dass Primzahlen immer zwischen zwei geraden Zahlen liegen, deren Logarithmen bekannt und bestimmbar sind. Der Logarithmus einer Primzahl (n + 1) ergibt sich durch den Logarithmus des

[35] Leo Miller: Milton and Vlacq, The papers of the Bibliographical Society of America p. 145-207 (1979).
[36] Ezechiel de Decker: Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe Faksimile von 1627 mit einer Einleitung von Alphons Johannes Emile Marie Smeur; Nieuwkoop B. de Graaf 1964 – Seite 12 und 15.

Mittelwertes der beiden geraden benachbarten Zahlen n sowie (n + 2) plus der Differenz δ (n + 1) zu der kleineren der beiden benachbarten Zahlen.
Beispiel zur Berechnung des Logarithmus von 89988, dem "kleineren" Nachbarn von 89989, durch Primzahlenzerlegung:
89988 = 2 x 2 x 3 x 7499 = 12 x 7499 daraus folgt:
log 89988 = log 12 + log 7499 = 1,07918124604762 + 3,87500335360004
(14-stellig bekannt aus "Arithmetica Logarithmica" von 1624) =
4,95418459964767
de Decker hat in seiner Logarithmentafel von 1627 alle Differenzen zwischen benachbarten Logarithmen angegeben, muss sie also irgendwie berechnet haben. Dies soll am unten dargestellten Beispiel gezeigt werden.

Für die Berechnung der 10-stelligen Logarithmen reicht die Genauigkeit des Mittelwertansatzes { 1/2 [(log n) + log (n+2)]} der 14-stelligen, was durch die kleinen Deltas (hoch minus 10 bzw. 11) bestätigt wird

Beispiele: Berechnung der Logarithmen der Primzahlen 20011 und 89989

								log 8999	=	3,95419425181586	
								mal		plus	
								log 10	=	1,00000000000000	
	log 20012		4,301290494			4,30129049421137		log 89990	=	4,95419425181586	
			minus		plus					plus	
n = 20010	log 20010		4,301247089			4,30124708863621	**n = 89988**	log 89988	=	4,95418459964767	
			4,34056E-05			8,60253758284758					9,90837885146353
					durch 2						
		log 20011		**Mittelwert**		**4,30126879142379**		**log 89989**	**Mittelwert**		**4,954189425731760**
		log 20011		**echt**		**4,30126879196606**		**log 89989**	**echt**		**4,954189425758580**
	Delta	zwölf minus 11 Mittelwert				0,00002170278758		90 minus 89 Mittelwert			0,000004826084099
					minus					minus	
		zwölf minus 11 echt				0,00002170224531		90 minus 89 echt			0,000004826057284
						0,00000000054227					0,000000000026815
	δ (20010 + 1)					5,42272005077393E-10		δ (89988 + 1)			0,000000000026815
	δ (20011)					**5,42271E-10**		**δ (89989)**			**2,6815E-11**

In dieser Übersicht ist auch zu erkennen, wie es rechnerisch zu δ (n + 1) kommt.
Denis Roegel[37] hat in seiner Arbeit dargestellt, dass zwischen 20.000 und 90.000 nur noch die Logarithmen von 3.593 Primzahlen zu berechnen waren. Die Beispiele von Roegel beziehen sich auf die Primzahlen zwischen 20000 und 90000 (20011 bzw. 89989) und werden nach einer zu de Deckers Zeit noch nicht bekannten Methode, also "anachronistisch", mittels logarithmischer Reihenentwicklung durchgeführt, die auch auf 14 Stellen genau ausgeführt ist.
Abraham Sharp[38] publizierte 1717 Logarithmen von Primzahlen auf 61 Stellen mit einer Berechnungsmethode wie sie von seinen Vorgängern Wallis, Mercator und Halley entwickelt worden waren.

---

[37] Denis Roegel: A reconstruction of De Decker-Vlacq´s tables in the Arithmetica logarithmica (1628) pdf at http://locomat.loria.fr - http://locomat.loria.fr/vlacq1628/vlacq1628doc.pdf updated 2014 – Seite 10 ff. (diese Berechnungen insgesamt in diesem Aufsatz einzubeziehen, würde den Rahmen sprengen).

[38] Abraham Sharp: Geometry improv'd: 1. By a large and accurate table of segments of circles, its construction and various uses in the solution of several different problems. With compendious tables for finding a true proportional part, and their use in these or any other tables, exemplify'd in making out logarithms of natural numbers from them, to sixth figures, there being a table of them for all primes to 1100, true to 61 figures…. Richard Mount and John Sprint, London 1717.

Benjamin Martin[39] berichtete in seiner "Logarithmologica" über den Halleyschen Weg der Reihenentwicklung (Kapitel VI) und steuerte im Kapitel VIII auch ein Beispiel zur Berechnung des Logarithmus der Primzahl 23 bei.

Ex. 1. To find the Log. of 2.

Here the next leſs number is 1, & 2 + 1 = 3 = z, whoſe ſquare is 9. Then

3)·868588964	1)·289529654(	·289529654
9)·289529654	3) 32169962(	10723321
9) 32169962	5) 3574440(	714888
9) 3574440	7) 397160(	56737
9) 397160	9) 44129(	4903
9) 44129	11) 4903(	446
9) 4903	13) 545(	42
9) 545	15) 61(	4
9) 61	Log. $\frac{2}{1}$ - -	·301029995
	Add L. 1 -	·000000000
	Log. of 2 -	·301029995

Ex. 2. To find the Log. of 3.

Here the next leſs number is 2, and 2 + 3 = 5 = z, whoſe ſquare is 25, to divide by which always multiply by ·04. Then

5)·868588964	1)·173717793(	·173717793
25)·173717793	3) 6948712(	2316237
25) 6948712	5) 277948(	55590
25) 277948	7) 11118(	1588
25) 11118	9) 448(	50
25) 445	11) 18(	2
18	L. $\frac{3}{2}$ - -	·176091260
	L. 2 add -	·301029995
	L. 3 - -	·477121255

Abbildung 8: Charles Hutton: Mathematical Tables, 6. Edition, Seite 128, London 1822.

Charles Hutton[40] ging in seinen "Mathematical Tables" aus dem Jahr 1794 noch ausführlicher auf diesen Ansatz ein.

Bruins[41] und auch Henderson[42] gingen davon aus, dass diese Berechnungen damals in weniger als einem Jahr erfolgt sein müssten, auch weil die Anzahl der Stellen von 14 auf 10 zu reduzieren war. Der von Briggs benutzte Begriff "Mantissa" wurde von de Decker nicht angewendet. (Siehe Smeur [43]).

Im "Tweede Deel ..." sind 300 Fehler bekannt geworden, die sich zum Teil bis in spätere "Vlacq´sche" Folgeauflagen durchgezogen haben. Besonders Glaisher[44] und andere Autoren haben sich mit der Fehleranalyse in diesen Tafeln beschäftigt.

Fehler sind in Logarithmentafeln immer wieder aufgetreten, sie wurden mitveröffentlicht und - sofern bekannt - korrigiert. Meist bezogen sich die Fehler auf die

---

[39] Benjamin Martin: Logarithmologia: or the whole doctrine of logarithms, common and logistical, in theory and practice. In three parts. Part I. The theory of logarithms; shewing their nature, origin, construction, and properties, demonstrated in various methods... Part II. The praxis of logarithms; wherein all the rules and operations of logarithmical arithmetic, both common and logistical, by numbers and instruments, are copiously exemplified... Part III. A three-fold canon of logarithms; in a new and more compendious method than any extant;...1740.

[40] Charles Hutton: Mathematical Tables: containing Common, Hyperbolic, and Logistic Logarithms. Also Sines, Tangents, Secants, and Versed-Sines, both Natural and Logarihmic... To which is prefixed a large and original history of the discoveries and writings relating to those subjects. With the complete description und Use of the tables 20stellig bis 1200, printed for G.G and J. Robinson, R. Baldwin, London 1785.

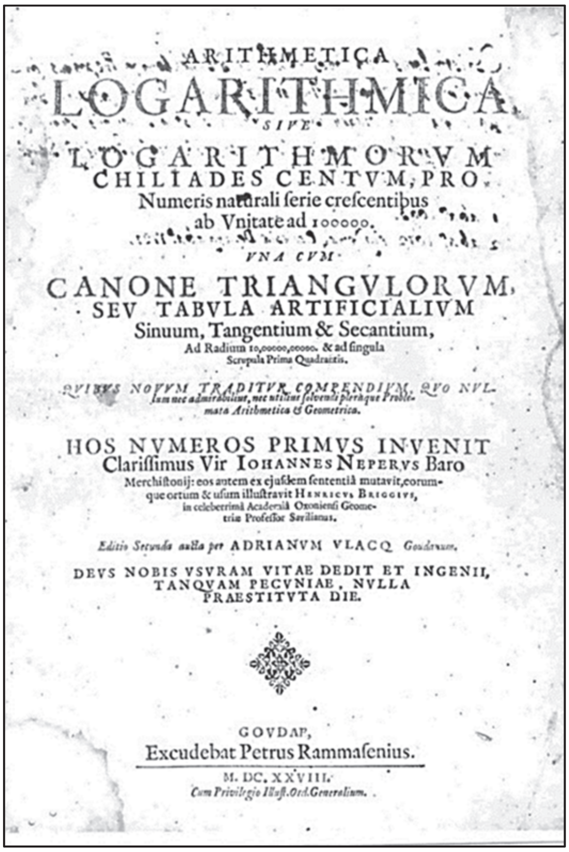
[41] Everet M. Bruins Janus LXVII, 1980: On the History of Logarithms Bürgi, Napier, Briggs, de Decker, Vlacq, Huygens.

[42] Henderson, James: Bibliotheca Tabularum Mathematicarum Part I; Cambridge University Press 1926.

[43] Ezechiel de Decker: Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe Faksimile von 1627 mit einer Einleitung von Alphons Johannes Emile Marie Smeur; Nieuwkoop B. de Graaf 1964 – S. 16.

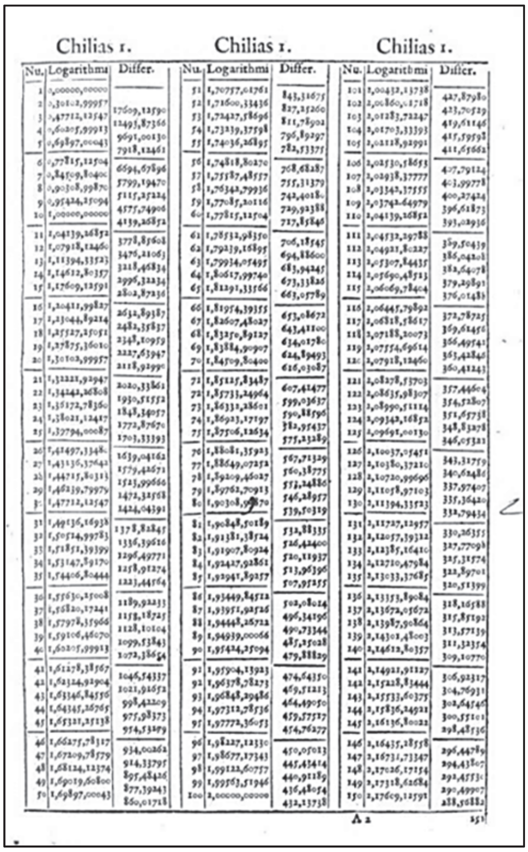
[44] James Whitebread Lee Glaisher: On errors in Vlacq´s (often called Briggs´s or Napier´s) tables of ten-figure logarithms of numbers. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 32 (7) 255-262, May 1872.

letzten Stellen der Logarithmen. Fehlerquellen waren Druckfehler, Übertragungsfehler und Rechenfehler. Um die Quelle bzw. den Berechner zu schützen, wurden Fehler manchmal auch bewusst eingebracht. Durch Fehleranalyse konnte man die Urheberschaft von Logarithmen verfolgen.



ARITHMETICA
LOGARITHMICA
SIVE
LOGARITHMORVM
CHILIADES CENTVM, PRO
Numeris naturali serie crescentibus
ab Vnitate ad 100000.
VNA CVM
CANONE TRIANGVLORVM,
SEV TABVLA ARTIFICIALIVM
Sinuum, Tangentium & Secantium,
Ad Radium 10,00000,00000. & ad singula
Scrupula Prima Quadrantis.
QVIBVS NOVVM TRADITVR COMPENDIVM, QVO NVLlum nec admirabilius, nec utilius solvendi pleraque Problemata Arithmetica & Geometrica.
HOS NVMEROS PRIMVS INVENIT
Clarissimus Vir IOHANNES NEPERVS Baro
Merchistonij: eos autem ex ejusdem sententiâ mutavit, eorumque ortum & usum illustravit HENRICVS BRIGGIVS,
in celeberrimâ Academiâ Oxoniensi Geometriæ Professor Savilianus.
Editio Secunda aucta per ADRIANVM VLACQ Goudanum.
DEVS NOBIS VSVRAM VITAE DEDIT ET INGENII,
TANQVAM PECVNIAE, NVLLA
PRAESTITVTA DIE.
GOVDAE,
Excudebat Petrus Rammasenius.
M. DC. XXVIII.
Cum Privilegio Illust. Ord. Generalium.

Abbildung 9: Titelseite "Arithmetica Logarithmica" 1628 A. Vlacq



Chilias 1. | Chilias 1. | Chilias 1.
Nu. | Logarithmi | Differ.

Abbildung 10: Musterseite der ersten Chiliads in gleicher Aufmachung wie die im "Tweede Deel.." von de Decker

Bruins[45] hat in seiner Arbeit die vertragliche Seite zwischen Vlacq und de Decker ausführlich dargestellt - und ist der Meinung, dass die Kopierinitiative der Briggs´schen "Arithmetica Logarithmica" von Vlacq und nicht von de Decker - wie Henderson meinte - ausging.
Das geschäftliche Vertragsverhältnis zwischen de Decker und Vlacq hatte sich in den beiden Jahren 1627 und 1628 so verschlechtert, dass Vlacq mit allen Mitteln versuchte, die Urheberschaft der berechneten Logarithmen zu verschweigen. Dies geschah beispielweise dadurch, dass Vlacq die bereits gedruckten Exemplare des "Tweede Deel…"[46] von de Decker teilweise vernichtete (siehe Ausgabe aus der Tomash Library) bzw. ihn in seiner 10-stelligen lateinischen "Arithmetica Logarithmica" von 1628 nicht einmal erwähnte. Dies war für Vlacq unbedingt

[45] Everet M. Bruins Janus LXVII, 1980: On the History of Logarithms Bürgi, Napier, Briggs, de Decker, Vlacq, Huygens - S. 255 eigene Methode, um Berechnungen abzukürzen.

[46] Thomas van der Zijden: Proceedings IM 2000, Ede; page 13-19: Dutch Work on Logarithmic Tables by Adriaan Vlacq - ohne Literaturverzeichnis - Inzwischen tauchten weitere Exemplare des Tweede Deel auf, allerdings sind sie nicht auffindbar (Private Kommunikation mit Thomas van der Zijden).

erforderlich, um den Wettbewerb mit der gerade in dieser Zeit aufkeimenden Anzahl konkurrierender Ausgaben von Logarithmentafeln (z.B. Henrion, auch Briggs war in Vorbereitung seiner 2. Ausgabe) alleine erfolgreich zu bestehen. Selbst Henry Briggs hatte Vlacq nicht über die Herausgabe seiner 2. Ausgabe der lateinischen "Arithmetica Logarithmica" (mit gleichem Titel wie Briggs 1. Ausgabe von 1624) informiert, was Briggs nicht erfreute, wie er am 25. Oktober 1628 in einem Brief an Pell[47] erwähnte. Vlacq nutzte die Ankündigungen von Briggs und de Decker in ihren ersten Ausgaben zu einer bevorstehenden zweiten (erweiterten - Großen Tafel) Ausgabe für die Bezeichnung "zweite Ausgabe" seiner 1628 erschienenen "Arithmetica Logarithmica". Den bereits von de Decker publizierten "Tweede Deel.." ließ Vlacq daher auch möglichst komplett verschwinden.
Selbst nach Vlacqs Tod war die Vlacq´sche kleine handliche und für viele Berechnungen ausreichende 7-stellige Logarithmentafel in lateinischer (bis 1808), französischer (bis 1699) und besonders in deutscher Sprache bis 1821 beim Verlag Fleischer erschienen.[48] Danach wurden die Vlacq´schen Tafeln von vielen neueren Tafeln (u.a. von J. v. Vega für die Wissenschaft; F.G. Gauß für die Schule et al.) ersetzt.

3. Hyperbolische Logarithmen und logarithmische Reihen

Laut einer Publikation in „Historia Mathematica 11" (1984) von Herman van Looy (1922-2003) wissen wir, dass sich Gregorius von Sanct Vincentius (1584 bis 1667) zwischen 1617 und 1620 u.a. mit unendlichen Reihen und Kegelschnitten beschäftigte. Er entdeckte bei einer gleichseitigen Hyperbel die Flächengleichheit der Flächen zwischen Hyperbel, Abszisse und den zu einer Asymptote gezogenen Parallelen falls die Abstände der entsprechenden Parallelen eine geometrische Reihe bilden. Nähere Erklärungen gab er jedoch nicht.[49]
Sein Schüler Alphonse Antonio de Sarasa (1618-1667)[50] folgerte, dass diese Flächenstücke durch Logarithmen ersetzt werden könnten. Etwas später erkannte

[47] Ezechiel de Decker: Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi, voor de Getallen van 1 af tot 100000 toe Faksimile von 1627 mit einer Einleitung von Alphons Johannes Emile Marie Smeur; Nieuwkoop B. de Graaf 1964 – Seite 9 und 10.

[48] Otto van Poelje JOS 2005 (1) page 30-40: Adriaen Vlacq and Ezechiel de Decker: Dutch Contributions to the Early Tables of Briggsian Logarithms - eine sehr ausführlich und gründlich recherchierte Arbeit zum Thema.

[49] Die Manuskripte von Gregorius von Sanct Vincentius befinden sich in der königl. Bibliothek Albert I. in Brüssel (Signatur 5770-5793).

[50] D Sarasa wurde als Sohn spanischer Eltern in Nieuwpoort in Flandern geboren. Im Jahre 1632 wurde er als Novice im Jesuitenorden in Gent aufgenommen und später war später sieben Jahre lang Kollege von Gregorius a Sanct Vincentio. Nach St-Vincents Tod assistierte er bei der Publikation von St-Vincents Mathematikbuch. In Antwerpen und Brüssel bekleidete er akademische Stellen und wirkte dort auch als Prediger. Im Jahr 1649 erfuhr er vom „Opus Geometricum“ von St. Vincent. Bevor er seinen eigenen Standpunkt dazu äußerte, veröffentlichte er eine Schrift, in der er die Grundlagen von Logarithmen behandelte und ihre Beziehung zu hyperbolischen Flächen. Im selben Jahr erschien in Antwerpen eine Verteidigungsschrift gegen eine Kritik von Mersenne, der Gregorius des Plagiats bzgl. der Kreisquadratur beschuldigte. Am Titel der Schrift kann man den Inhalt erkennen: „Solutio Prohlematis a R.P. ,\1arino Afersenno minima propositi. Da/is tribus quihuscumq; magnitudinibus.

dies auch Pierre Fermat (1601-1665). In der Weiterentwicklung dieses Satzes gelangte 1667 Nicolaus Mercator (1620 bis 1687)[51] zu einer unendlichen Reihe, deren Glieder steigende Potenzen einer konstanten Zahl waren. Die Integrationsmethoden dieser Zeit waren bereits so weit fortgeschritten, das Mercator die Glieder dieser Reihe einzeln integrieren und somit die logarithmische Reihe entdecken konnte. Die Logarithmen, welche durch die Reihe:

$$\log(1 + a) = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{4} + \ldots$$

definiert wurden, bezeichnete Mercator mit "Logarithmus naturalis". Diese Bezeichnung trat bei Mercator zum ersten Mal auf. Er nannte diese auch "logarithmi non tabulares", im Gegensatz zu den Briggs'schen, den "logarithmi tabulares", die auch später als künstliche Logarithmen bezeichnet wurden. Bei ihm findet man auch die Bemerkung, dass sich die natürlichen Logarithmen zu den Briggs'schen wie 1 zu 4,3429448 verhalten. Diese Multiplikationskonstante nannte im Jahre 1712 R. Cotes (1652-1716) Modulus und zeigte auch gleich ihre Anwendung, indem er durch Multiplikation der natürlichen Logarithmen mit dieser Konstante die Briggs'schen Logarithmen berechnete.[52]

Zur selben Zeit wie Mercator beschäftigte sich auch Isaac Newton (1643-1727) mit Reihen, die jedoch erst 1711 gedruckt wurden, obwohl seine Erkenntnisse schon im Jahre 1666 erfolgten. Für viele Mathematiker bildeten Mercators Entdeckungen die Grundlage für die weitere Entwicklung der Theorie der logarithmischen Reihe.

Edmond Halley (1656?-1743) publizierte in den "Philosophical Transactions (1683-1775), Vol. 19 (1695-1697)" auf den Seiten 58-67 folgenden Artikel:

IV. *A moſt compendious and facile Method for Conſtructing the Logarithms, exemplified and demonſtrated from the Nature of Numbers, without any regard to the Hyperbola, with a ſpeedy Method for finding the Number from the Logarithm given.* By E. Halley.

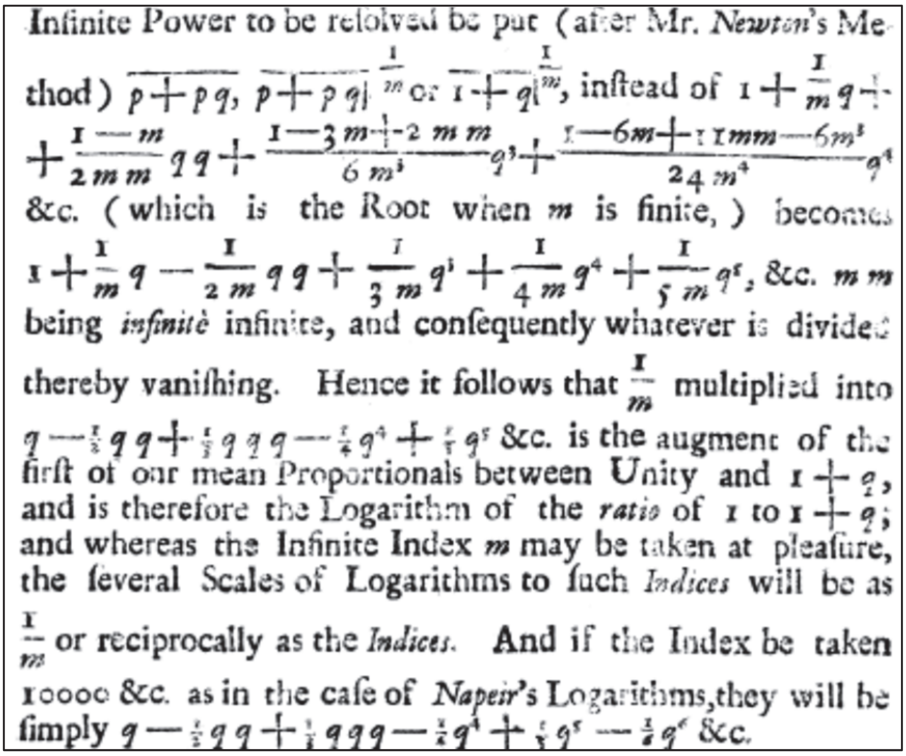
Abbildung 11: Halley, Philosoph. Trans. Vol. 19, S. 58.[53]

rationalihus vel irrationalionalihus. datisque duarum ex illis logarithmis. tertiae logarithmum geometrice invenire“ De Sarasa starb 1667 in Brüssel.

[51] Jos. E. Hofmann, Nördlingen: Deutsche Mathematik (3) Heft 4 Seite 446-466 (1938).

[52] Tropfke, Geschichte Bd. 2, S. 258.

[53] https://www.jstor.org/stable/102280. p. 58.



Infinite Power to be resolved be put (after Mr. *Newton*'s Method) $\overline{p+pq}$, $\overline{p+pq}|^{\frac{1}{m}}$ or $\overline{1+q}|^{\frac{1}{m}}$, instead of $1+\frac{1}{m}q+\frac{1-m}{2mm}qq+\frac{1-3m+2mm}{6m^3}q^3+\frac{1-6m+11mm-6m^3}{24m^4}q^4$ &c. (which is the Root when m is finite,) becomes $1+\frac{1}{m}q-\frac{1}{2m}qq+\frac{1}{3m}q^3+\frac{1}{4m}q^4+\frac{1}{5m}q^5$, &c. mm being *infinitè* infinite, and consequently whatever is divided thereby vanishing. Hence it follows that $\frac{1}{m}$ multiplied into $q-\frac{1}{2}qq+\frac{1}{3}qqq-\frac{1}{4}q^4+\frac{1}{5}q^5$ &c. is the augment of the first of our mean Proportionals between Unity and $1+q$, and is therefore the Logarithm of the *ratio* of 1 to $1+q$; and whereas the Infinite Index m may be taken at pleasure, the several Scales of Logarithms to such *Indices* will be as $\frac{1}{m}$ or reciprocally as the *Indices*. And if the Index be taken 10000 &c. as in the case of *Napeir*'s Logarithms, they will be simply $q-\frac{1}{2}qq+\frac{1}{3}qqq-\frac{1}{4}q^4+\frac{1}{5}q^5-\frac{1}{6}q^6$ &c.

Abbildung 12: Halley: Logarithmenberechnung, Philosoph. Trans., Vol. 19, S. 60[54]

Halley weist darauf hin, dass er rein arithmetische Methoden ohne geometrische Prinzipien benötige. Er schiebt zwischen zwei Zahlen viele mittlere Proportionale ein, die als Potenzen der Grundzahl aufgefasst, Exponenten besitzen, welche um je $\frac{1}{n}$ voneinander abstehen.

"Ist etwa a die Basis und 1+q eine Zahl, so wird $a^{\frac{m}{n}} = 1+q$ …".[55]

Halley bezieht sich auf Newton's Binomialtheorem $(1+q)^{\frac{1}{m}}$ und bemerkt, dass für sehr große m höhere Potenzen von $\frac{1}{m}$ weggelassen werden dürfen, sodass er folgende Reihe erhält: $1 + \frac{1}{m}q - \frac{1}{2m}q2 + \frac{1}{3m}q3 - \dots$.

Weiters setzt er $\frac{k}{n} = (1+q)^{\frac{1}{m}} -1$ und nach langen, für die damalige Zeit schwer verständlichen Umformungen resultierte log (1+q). Um Briggs´sche Logarithmen zu erhalten, setzt er k = 2,302585… . Halley gibt k und $\frac{1}{k}$ auf 60 Dezimalstellen an.

Abschließend hoffte er, damit die Doktrin der Logarithmen und deren Berechnung unabhängig von der Hyperbel erläutert zu haben.

Diese Arbeit zählt zu den bedeutendsten Arbeiten über die Theorie der Logarithmen. "In ihr wird zum ersten Mal die Mercator'sche Reihe in moderner Art, mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes entwickelt."[56]

Halleys Abhandlung wurde zu seiner Zeit jedoch schwer verstanden, sodass sie wenig Einfluss auf seine Zeitgenossen hatte.

[54] https://www.jstor.org/stable/102280 p.60.

[55] Moritz Cantor: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Leipzig 2 1901. 3. Band S. 85.

[56] Tropfke: Bd. II. S. 184.

4. Caramuel de Lobkowitz (1606–1682)[57]

In kaum einem Werk über die Geschichte der Logarithmen ist der Name Juan Caramuel de Lobkowitz zu finden. Es ist daher besonders spannend, wenn hier auf die „Logarithmen“ von einem der wichtigsten spanischen Intellektuellen des 17. Jahrhunderts näher eingegangen wird.

„Unter seinen mehr als siebzig Werken, von denen ein großer Teil Manuskript geblieben ist, finden sich eine Reihe bedeutender Schriften, die der Mathematik und der spekulativen Musiktheorie gewidmet sind.“[58]

Mit seinen Untersuchungen zur Verwendung von Logarithmen bei der Berechnung der Intervalle und ihrer Temperierung leistete Caramuel einen bemerkenswerten Beitrag zur Musiktheorie.

In einem Brief[59] an Athanasius Kircher (1602-1680) vom 2. November 1647 erwähnte er ein „novus Logarithmorum genus“ und erläuterte dies am „Ton Do", der über sieben Oktaven fortlaufend versetzt wird:

„Num[erus] nat[uralis]	Log[arithmus]	Oct[ava]
10.000.000	0	C
5.000.000	1	c
2.500.000	2	cc
1.250.000	3	ccc
...	...	...
78.125	7	ccccccc“

Abbildung 13: Barbieri, Caramuel, S 145

Die 1. Spalte enthält Saitenlängen und die Bezeichnung „Log[arithmus]“ entspricht den Logarithmen zur Basis 2, der das Verhältnis der Schwingungszahlen der einzelnen Töne (Oktaven) ausdrücken. Er ist somit der Erste, der eine logarithmische Maßeinheit für die Oktave aufstellt.

Dies ist auf Grund der Arbeiten zweier spanischer Theoretiker in den Jahren 1660 bis 1670 besonders beachtenswert. Sie teilten die Saitenlänge am Monochord in 31

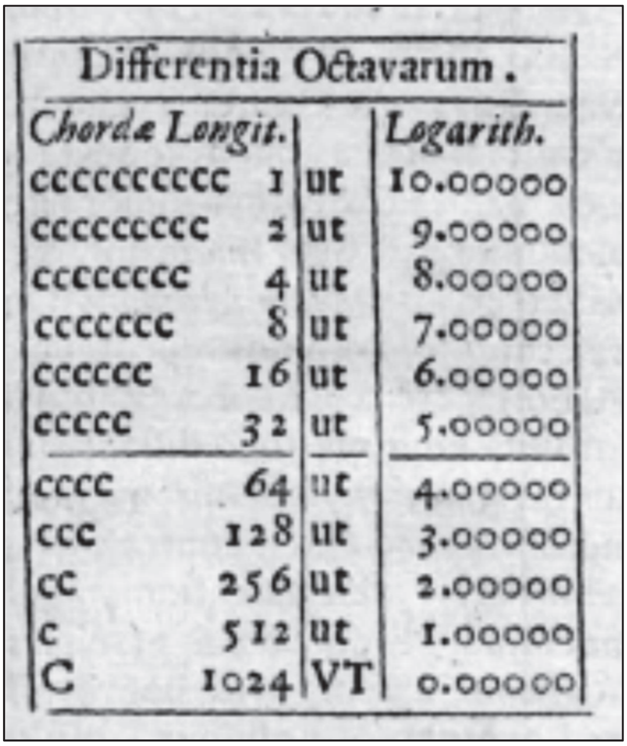
[57] Lobkowitz wurde 1606 als Sohn von Lorenzo Caramuel (Ingenieur u. Artillerist) und Catalina de Frisia, einer böhmischen Adeligen, in Madrid geboren. Er trat in den Zisterzienserorden ein und studierte Philosophie und Theologie, Musik und Naturwissenschaften. 1635 ging er nach Portugal, 1638 promovierte er an der Universität Löwen in Theologie. 1644 verließ er Flandern und wurde von König Philipp IV. zum Abt von Disbondenberg in der Pfalz zum Assistenten des Erzbischofs von Mainz und später zum Bischof ernannt.Als Beauftragter des spanischen Königs kam er nach Wien an den Hof Friedrich III. und 1647 nach Prag. 1655 wurde er vom Papst nach Rom berufen, wo 1656 sein umstrittenes Werk "Theologia Fundamentalis" erschien. Er wurde Bischof im Königreich Neapel und publizierte u.a. die drei großen Foliobände des "Cursus Mathematicus". Während seiner Zeit als Bischof von Vigevano im Königreich Mailand veröffentlichte er 1678 "Arquitectura civil recta y oblicua". Er pflegte internationale Kontakten und korrespondierte u. a. mit René Descartes (1596 bis 1650), Pierre Gassendi (1593-1652), Marin Mersenne (1588-1648) und Athanasius Kircher (1602 bis 1680). Seine Berechnungen der Chancen beim Zahlenlotto gehören zu den frühesten mathematischen Arbeiten dieser Thematik und werden in der Literatur kaum erwähnt. Er starb 1682 in Vegevano.

[58] Patrizio Barbieri, Juan Caramuel Lobkowitz - Über die musikalischen Logarithmen. In Musiktheorie II, (1987-2), S 145.

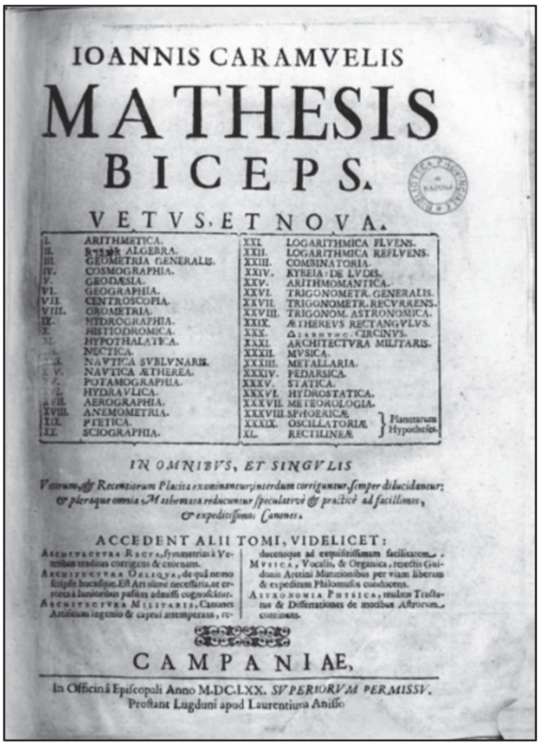
[59] Abgedruckt bei Ramon Cenal: Juan Caramuel. Su epistolario con Atanasio Kircher, SJ, in: Revista de Filosofia XII/44 Madrid 1953), S 101-147, S. 134 ff.

akustisch gleiche Teile mittels der Einschaltung von 30 geometrischen Mitteln. Da ihnen aber Logarithmen unbekannt waren, konnten sie die 31. Wurzel aus 2 nur durch die traditionelle Methode berechnen, wofür ca. 6 Monate benötigt wurden. (Immerhin wurde richtig gerechnet, was sich durch die Kontrolle mit Logarithmen bestätigte).

1670 erschien Caramuels zweibändiges Werk mit dem Titel „Mathesis biceps vetus et nova“. Dieses Werk wird als die größte mathematische Enzyklopädie im 17. Jhdt. bezeichnet und scheint in Vergessenheit geraten zu sein.[60]



Differentia Octavarum.			
Chordæ Longit.			Logarith.
cccccccccc	1	ut	10.00000
ccccccccc	2	ut	9.00000
cccccccc	4	ut	8.00000
ccccccc	8	ut	7.00000
cccccc	16	ut	6.00000
ccccc	32	ut	5.00000
cccc	64	ut	4.00000
ccc	128	ut	3.00000
cc	256	ut	2.00000
c	512	ut	1.00000
C	1024	VT	0.00000



IOANNIS CARAMVELIS
MATHESIS
BICEPS.
VETVS, ET NOVA.

I.	ARITHMETICA.	XXI.	LOGARITHMICA FLVENS.
II.	ALGEBRA.	XXII.	LOGARITHMICA REFLVENS.
III.	GEOMETRIA GENERALIS.	XXIII.	COMBINATORIA.
IV.	COSMOGRAPHIA.	XXIV.	KYBEIA: DE LVDIS.
V.	GEODÆSIA.	XXV.	ARITHMOMANTICA.
VI.	GEOGRAPHIA.	XXVI.	TRIGONOMETR. GENERALIS.
VII.	CENTROSCOPIA.	XXVII.	TRIGONOMETR. RECVRRENS.
VIII.	OROMETRIA.	XXVIII.	TRIGONOM. ASTRONOMICA.
IX.	HYDROGRAPHIA.	XXIX.	ÆTHEREVS RECTANGVLVS.
X.	HISTIODROMICA.	XXX.	[illegible] CIRCINVS.
XI.	HYPOTHALATICA.	XXXI.	ARCHITECTVRA MILITARIS.
[illegible]	NECTICA.	XXXII.	MVSICA.
[illegible]	NAVTICA SVBLVNARIS.	XXXIII.	METALLARIA.
[illegible]	NAVTICA ÆTHEREA.	XXXIV.	PEDARSICA.
[illegible]	POTAMOGRAPHIA.	XXXV.	STATICA.
[illegible]	HYDRAVLICA.	XXXVI.	HYDROSTATICA.
[illegible]	AEROGRAPHIA.	XXXVII.	METEOROLOGIA.
XVIII.	ANEMOMETRIA.	XXXVIII.	SPHOERICÆ
XIX.	PYETICA.	XXXIX.	OSCILLATORIÆ } Planetarum Hypotheses.
XX.	SCIOGRAPHIA.	XL.	RECTILINEÆ

IN OMNIBVS, ET SINGVLIS
Veterum, & Recentiorum Placita examinantur; interdum corriguntur, semper dilucidantur; & pleraque omnia Mathemata reducuntur speculativè & practicè ad facillimos, & expeditissimos Canones.

ACCEDENT ALII TOMI, VIDELICET:

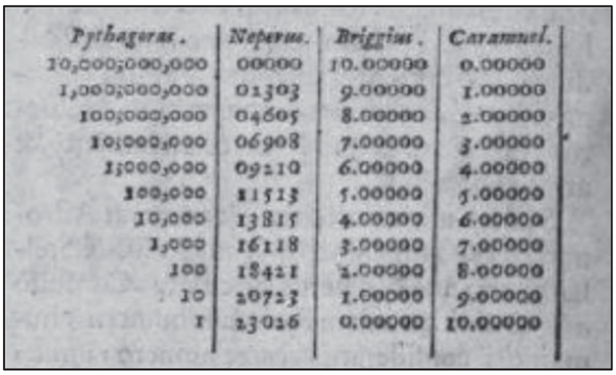
CAMPANIAE,
In Officinâ Episcopali Anno M.DC.LXX. SVPERIORVM PERMISSV.
Prostant Lugduni apud Laurentium Anisso

Abbildung 14: Caramuel S. 870 Abbildung 15: Caramuel Titelblatt

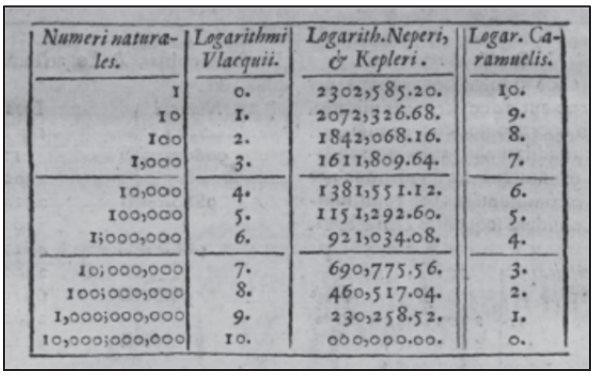
Abbildungen aus: Caramuel Mathesis Biceps

https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10496535_00984.html

Es enthält Logarithmen nach Napier, Kepler, Briggs, Vlacq und Caramuel, wie man auf folgenden Abbildungen erkennen kann.



Pythagoras.	Neperus.	Briggius.	Caramuel.
10,000;000,000	00000	10.00000	0.00000
1,000;000,000	02303	9.00000	1.00000
100;000,000	04605	8.00000	2.00000
10;000,000	06908	7.00000	3.00000
1;000,000	09210	6.00000	4.00000
100,000	11513	5.00000	5.00000
10,000	13815	4.00000	6.00000
1,000	16118	3.00000	7.00000
100	18421	2.00000	8.00000
10	20723	1.00000	9.00000
1	23026	0,00000	10,00000



Numeri naturales.	Logarithmi Vlacquii.	Logarith. Neperi, & Kepleri.	Logar. Caramuelis.
1	0.	2302,585.20.	10.
10	1.	2072,326.68.	9.
100	2.	1842,068.16.	8.
1,000	3.	1611,809.64.	7.
10,000	4.	1381,551.12.	6.
100,000	5.	1151,292.60.	5.
1;000,000	6.	921,034.08.	4.
10;000,000	7.	690,775.56.	3.
100;000,000	8.	460,517.04.	2.
1,000;000,000	9.	230,258.52.	1.
10,000;000,000	10.	000,000.00.	0.

Abbildung 16: Caramuel, S. 78. Abbildung 17: Caramuel, S. 844.

---

[60] Helmut Hirz, Historischer Abriss ausgewählter Rechentechniken. S. 91.

Weiter enthält dieses Werk eine mathematikhistorische Besonderheit:
In 2.1. wird erwähnt, dass es zwischen Briggs und Napier Diskussionen bezüglich der Festlegung der Logarithmen gab. Einige Vorschläge wurden verworfen, die Idee blieb aber erhalten und wurde von Caramuel wieder aufgegriffen, wie in obiger Tafel ersichtlich ist. Analog zu Napier setzte Caramuel log $10^{10} = 0$ und er übernahm von Briggs die ganzen Zahlen für Logarithmen der Zehnerpotenzen. Er nannte sie „logarithmi perfecti“ und damit traten bei trigonometrischen Berechnungen keine negativen Zahlen auf. Somit wurden auch die Logarithmen der Kehrwerte vorweggenommen. Dies wurde jedoch von seinen Zeitgenossen nicht verstanden.

812 Caramuelis Logarithmica

Num.	Logar. cum diff.	Num.	Logar. cum diff.	Num.	Logar. cum diff.	Num.	Logar. cum diff.
0	0	24	1.38021.12	48	1.68124.12	72	1.85733.25
	0		1772.88		895.49		599.04
1	0.00000.00	25	1.39794.00	49	1.69019.61	73	1.86332.29
	30103.00		1703.33		877.39		590.88
2	0.30103.00	26	1.41497.33	50	1.69897.00	74	1.86923.17
	17609.13		1639.05		860.02		582.96
3	0.47712.13	27	1.43136.38	51	1.70757.02	75	1.87506.13
	12493.87		1579.42		843.31		575.23
4	0.60206.00	28	1.44715.80	52	1.71600.32	76	1.88081.36
	9691.00		1524.00		827.26		567.71
5	0.69897.00	29	1.46239.80	53	1.72427.59	77	1.88649.07
	7918.13		1472.33		811.79		560.39
6	0.77815.13	30	1.47712.13	54	1.73239.38	78	1.89209.46
	6694.67		1424.04		796.89		553.25
7	0.84509.80	31	1.49136.17	55	1.74039.27	79	1.89762.71
	5799.20		1378.83		782.53		546.28
8	0.90309.00	32	1.50515.00	56	1.74818.80	80	1.90308.99
	5115.25		1336.39		768.69		539.51
9	0.95424.25	33	1.51851.39	57	1.75587.49	81	1.90848.50
	4575.75		1296.50		755.31		532.89
10	1.00000.00	34	1.53147.89	58	1.76342.80	82	1.91381.39
	4139.27		1258.91		742.40		526.42
11	1.04139.27	35	1.54406.80	59	1.77085.20	83	1.91907.81

Abbildung 18: Caramuel: Mathesis Nova. S. 812.

„Nach Henderson ist dies die einzige Tafel mit einer derartigen Zuordnung überhaupt“ [61]
Folgende Handschrift findet man in dem im Jahr 2012 in Florenz erschienenen Werk von Le Raccolte del Covile: "OMAGGIO A JUAN CARAMUEL Y LOBKOWITZ".

[61] Weiss, S. 37.

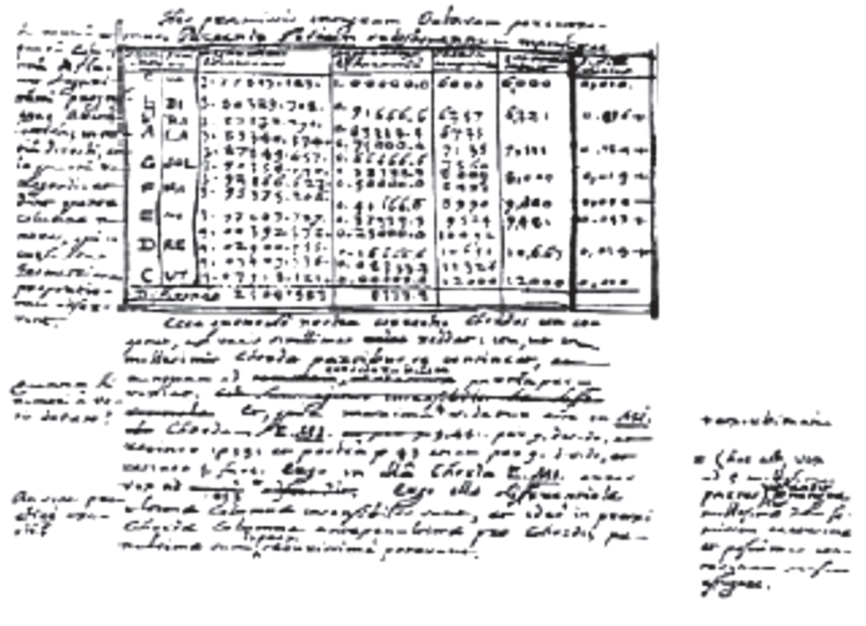


Fig. 13. Caramuel, lunghezze di corda vibrante corrispondenti al temperamento equabile (Lib. VI, Art. V). Il calcolo viene effettuato coi *Logarithmi communes* (in base 10) e coi *Logarithmi enharmonici* (in base 2. unità da lui stesso proposta almeno dal 1647).

Abbildung 19: Handschrift Caramuel .
https://www.ilcovile.it>raccolte>RACCOLTA_COVILE_7_Caramuel.

Eine ausführliche Betrachtung von Caramuels "Mathesis Nova" und seinen Logarithmen würde den Rahmen dieses Artikels sprengen.

Literaturverzeichnis

[1] BARBIERI, PATRIZIO: In Musiktheorie 2 (1987-2), Juan Caramuel Lobkowitz - Über die musikalischen Logarithmen. URL: http://www.patriziobarbieri.it/pdf/caramuel.pdf (letzter Zugriff: 7. 11. 2019).
[2] BINDER, CHRISTA (Hrsg.): Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik, Neuhofen an der Ybbs, 1989.
[3] BRUINS, EVERET M: On the History of Logarithms Bürgi, Napier, Briggs, de Decker, Vlacq, Huygens. Janus LXVII, 1980:
[4] CANTOR, MORITZ: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Leipzig 2 1901. Bd 3.
[5] CAJORI, FLORIAN: A HISTORY OF MATHEMATICAL NOTATIONS, New York 1993. Vol II.
[6] CEBULAR, JAKOB: Berechnung der Brigg'schen und Neperschen Logarithmen. In: Jahresbericht der Oberrealschule Görz 1875/2.
[7] CHAMPBELL-KELLY, MARTIN u.a.: The History of Mathematical Tables. Oxford University Press 2007.
[8] DE DECKER, EZECHIEL: Tweede Deel van de Nieuwe Tel-Konst ofte Wonderliicke Konstighe Tafel Inhoudende de Logarithmi Faksimile von 1627, Nieuwkoop B. de Graaf 1964.
[9] Deutsche Mathematik (3) Heft 4, 1938.
[10] Elemente der Mathematik, Beiheft Nr. 5, Basel 1948.

[11] FAUSTMANN, GERLINDE: Österreichische Mathematiker um 1800. Wien 1992.
[12] GEBHARDT, RAINER (Hrsg.): Visier- und Rechenbücher der frühen Neuzeit. Annaberg 2008.
[13] HENDERSON, JAMES: Bibliotheca Tabularum Mathematicarum Part I; Cambridge University Press 1926.
[14] HIRZ, HELMUT: Historischer Abriss ausgewählter Rechentechniken. In Bayern in Zahlen 2/2008.
[15] HOFMANN, JOS. E.: Deutsche Mathematik (3) Heft 4, Nördlingen
[16] HUTTON, CHARLES: Mathematical Tables. London 1785.
[17] JAHRESBERICHT der Oberrealschule Görz 1875/2.
[18] Journal of the Oughtred Society, Band 14, Nr. 1, 2005.
[19] KLÜGEL, GEORG SIMON: Mathematisches Wörterbuch. Leipzig 1803.
[20] KÜHN, KLAUS: In IM 2006 Proceedings: William Oughtred und die Logarithmen, Band I.
[21] MARTIN, BENJAMIN: Logarithmologia 1740.
[22] MILLER, LEO: Milton and Vlacq The papers of the Bibliographical Society of America (1979).
[23] Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 32 (7) 255-262, May 1872.
[24] Programm der St. Johannisschule in Danzig 1856; URL: https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10979407_00016.html (letzter Zugriff: 11. 11. 2019).
[25] Revista de Filosofia XII/44 Madrid 1953.
[26] ROEGEL, DENIS: A reconstruction of the tables of Briggs‘ Arithmetica logarithmica (1624). [Research Report] 2010. ⟨inria-00543939⟩.
[27] SHARP, ABRAHAM: Geometry impr.: Richard Mount and John Sprint, London 1717.
[28] SONAR, THOMAS (2004): Von der Berechnung der Logarithmentafeln. URL: www.rechenschieber.org › sonar (letzter Zugriff: 7. 11. 2019).
[29] SPEIDELL, EUCLID: Logarithmotechnia, London 1686.
[30] Tomash Library D 24 (letzter Zugriff: 11. 11. 2019)
URL: http://www.cbi.umn.edu/hostedpublications/Tomash/pdf/ 05%20D%20chapter.pdf.
[31] TROPFKE, JOHANNES: Geschichte der Elementarmathematik, 2. Band. (Berlin/Leipzig 3 1933).
[32] URL: www.mechrech.info/publikat/IdeeLog/pdf. (letzter Zugriff: 7. 11. 2019).
[33] URL: https://www.jstor.org/stable/102280. (letzter Zugriff: 11. 11. 2019).
[34] URL: https://www.ilcovile.it>raccolte>RACCOLTA_COVILE_7_Caramuel (letzter Zugriff: 7.11.2019)
[35] VAN DER ZIJDEN, THOMAS: Proceedings IM 2000.
[36] VAN POELJE, OTTO: Adriaen Vlacq and Ezechiel de Decker: Dutch Contributions to the Early Tables of Briggsian Logarithms, JOS 2005 (1)
[37] VOELLMY, ERWIN: Jost Bürgi und die Logarithmen. In: Beiheft Nr. 5 zur
[38] WEISS, STEPHAN (2013): Anmerkungen zur Idee der historischen Logarithmen.
[39] Zeitschrift Elemente der Mathematik. (Basel 1948).

Dank an Denis Roegel für die rechnerische Unterstützung.