

De Logarithmorum Ratione

**A Collection of Sources about the
Computation of Logarithms**

Klaus Kühn

www.collectanea.eu

Acknowledgement

First of all I would like to appreciate and thank some very special people who supported this large collection intensively

-

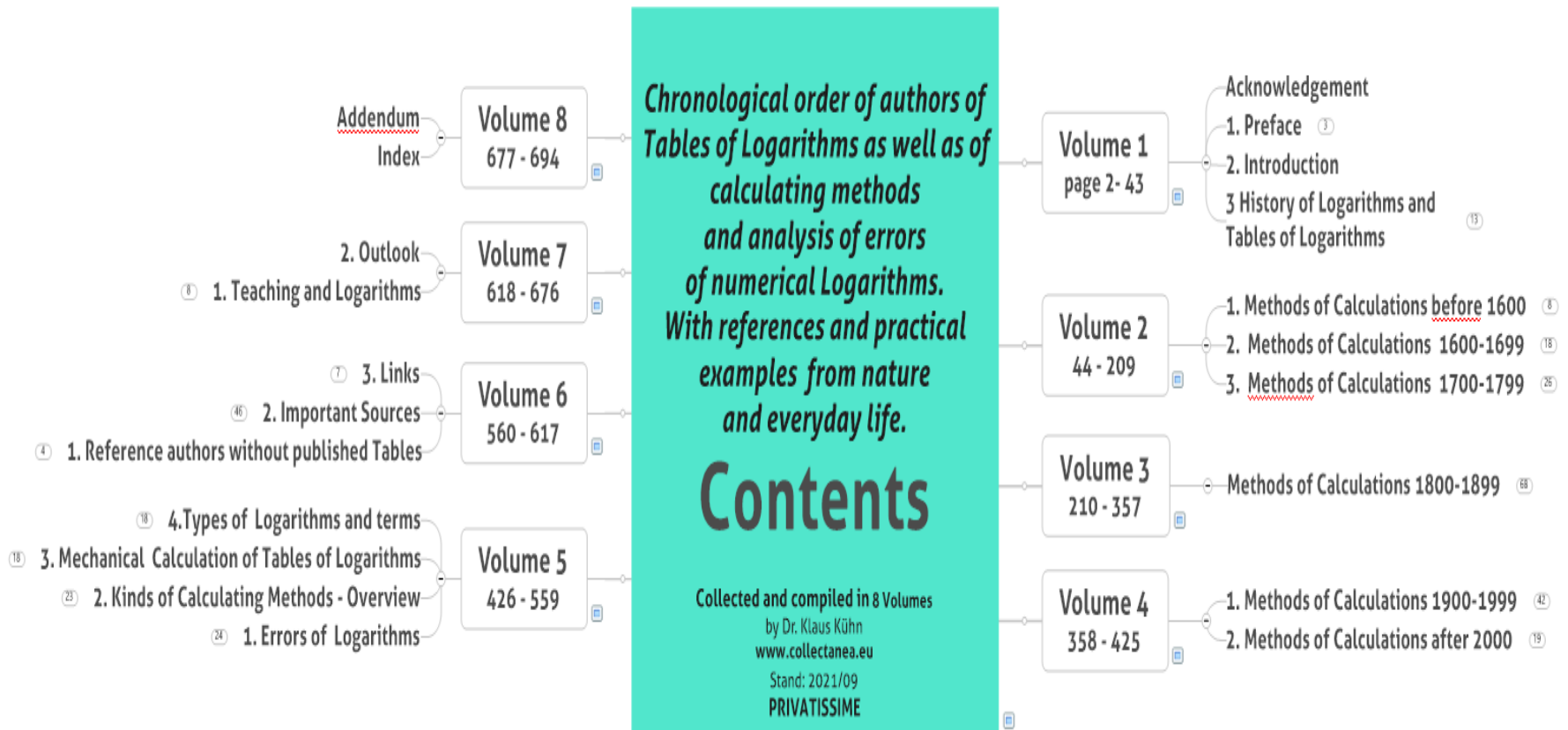
each of them with their particular competence.

- Gerlinde Faustmann
- Nicole Servatius
- Menso Folkerts
- Detlef Gronau
- Rudolf Haller
- Rainer Heer
- Peter Holland
- Peter Hopp
- Karl Kleine
- John M. Nichol
- Eugen Paulin
- David Rance
- Denis Roegel
- Inge und Werner Rudowski
- Rodger Shepherd (†2020)
- Thomas Sonar
- Stephan Weiss
- Michael R. Williams

“You cannot imagine how much poetry is involved in the calculation of a table of logarithms” (Carl Friedrich Gauss)

De Logarithmorum Ratione

Collection of Sources



This mindmap has to be read clockwise.

Some initial thoughts – For whom, what and why these 694 pages ?

For whom ?

1. Collectors, scientists
2. Teachers
3. Students
4. Pupils
5. In history interested people

What and why ?

1. Providing material for gaining knowledge and igniting curiosity
2. Creating cultural-historical context (e.g. in math classes; AG)
3. Discover and distribute unknown calculating methods and tools
4. Understanding and teaching logarithms used in present times (e.g. earthquake – Richter scale)
5. Creating new tasks and their solutions by using logarithms
6. Accompany collecting and researching with joy and satisfaction

How this collection is organized: Red; Grey; Yellow

Band 1

1. Vorwort I

„Sie ahnen nicht, wieviel Poesie in der Berechnung einer Logarithmentafel enthalten ist“ *

Schon seit längerer Zeit hat Denis Roegel – (Associate Professor an der Université de Lorraine) großen Anteil an der Wiederbelebung der Berechnung von Logarithmen durch seine Rekonstruktionen von ganzen Logarithmentafeln. Links zu seinen rekonstruierten umfangreichen Arbeiten (in englischer Sprache) sind in der f

All die zugehörigen Einleitungen zu diesen Arbeiten sowie Literaturverzeichnisse stellen einen großen und wertvoller Diese rekonstruierten Tafeln bieten die Möglichkeit, Urheb mancher Logarithmentafeln zu verfolgen. Erfreulicherweise gibt es eine Reihe weiterer Menschen, die und deren Arbeiten jedes mal eine Bereicherung darstellen das Thema Logarithmen bereits erschöpfend bearbeitet ist hier vorliegende Zusammenstellung gewidmet.

* zitiert Moritz von Cantor, ein Student, C.F. Gauß (nach Küssner, Göttingen)

Yellow = More details about the work of the author

1992

Gerlinde Faustmann (1956 –

..lässt die Schönheit der Mathematik durch eine Ausstellung historischer Rechenhilfsmittel, antiquarischer Instrumente und Bücher, Tafeln, Biographien von Mathematikern, Zahlen, Figuren, Abbildungen, Pädagogik, Konstruktionen und vielem mehr für Jung und Alt lebendig werden und erleben.

Ihre nebenstehende Dissertation und viele Gespräche sind der Initiator für einige gemeinsame Arbeiten und der Ursprung dieses vorliegenden Nachschlagewerks, das mit einer aktualisierten Übersicht zur historischen Entwicklung des Logarithmus und dessen Berechnung beginnt.

Link zur Autorin:
<https://erlebnis-mathematik.github.io/>
<http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/1995%20Band%2023/Faustmann1995.pdf>

Red = Starting a new topic

Zur Geschichte der Logarithmen



Grey = The author and her/his work

1544 – Stifels Tabelle: wichtiger Ausgangspunkt für die Logarithmen

Sic Cossa solet, pro immensa copia sua, uti quae sunt, & ipsae quae finguntur esse. Nam sicut supra unitatem ponuntur numeri integri, & infra unitatem finguntur minutiae unitatis, & sicut supra unum ponuntur integra, & infra unum ponuntur minuta seu fracta: sic supra 0 ponitur unitas cum numeris, & infra 0 fingitur unitas cum numeris. Id quod pulchre representari videtur in progressionem numerorum naturalium, dum servit progressionem.

Sed ostendenda est ista speculatio per exemplum.

| | | | | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---|---|---|---|----|----|----|
| -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |

Possit hic ferre novus liber integer scribi de mirabilibus numerorum, sed oportet ut me hic subducā, & clausis oculis ab ea. Repetam uero unum ex superioribus, ne frustra dicar fuisse in campo isto. Sed sententia inuenta repetam quod mihi repetendum videtur.

* Qualiacumque facit progressio Geometrica multiplicando & dividendo, talia facit progressio Arithmetica addendo & subtrahendo. Exemplum.

Sicut $\frac{1}{2}$ multiplicata in 64, facit 8, Sic — 3 additum ad 6, facit 39.

Link zum Autor:
https://de.wikipedia.org/wiki/Michael_Stifel
<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Stifel/>

ARITHMETICAE LIBER III. 250
 est 3. Est autem — 3 exponens ipsius $\frac{1}{2}$, sicut 6 est exponens numeri 64, & 3 est exponens numeri 8.
 Item sicut $\frac{1}{2}$ dividens 64, facit 5 12: sic — 3 subtractum de 6 facit 9. Est autem 9 exponens numeri huius 5 12.
 Item sicut 64 dividens $\frac{1}{2}$ facit $\frac{1}{717}$, sic 6 subtracta de — 3 relinquunt — 9. Est autem — 9 exponens fractionis huius $\frac{1}{717}$.
 Et sic patet pulcherrimum iudicium de minutis unitatis ab fracta, & de his quae Euclides, Boëtius, & alij senserūt de indubilitate unitatis. De qua re etiam primo libro disputat, videlicet minutis unitatis habendas esse pro numeris factis.

Arithmetica Integra übersetzt: Vollständiger Lehrgang der Arithmetik. Deutsche Übersetzung von Eberhard Knobloch und Otto Schönberger. Königshausen & Neumann, Würzburg 2007

Aubel, Matthias: Michael Stifel: ein Mathematiker im Zeitalter des Humanismus und der Reformation. Dissertation, Universität Duisburg/Essen, Algorismus, Heft 72, Rauner, Augsburg 2008

IM 2018 Vortrag zu M. Stifel: <https://uksrc.org.uk/>

8. Index – Example

| | | | | | |
|-------------|------------|---------------|--------------|---------------|-----------|
| Adams | Berechnung | Byrne | Dase | Einleitung | Gärtner |
| Al-Karagi | Beughem | Cajori | Day | Ellis | Gardiner |
| Allman | Bell Book | Campbell- | De Borda | Emmerich | Garrett |
| Andoyer | Bindel | Kelly | De Decker | Empfehlungen | Gauss |
| Anonym | Birch | Cantor | De Haan | Erlang | Gauß |
| Anthes | Börger | Caramuel | De Prony | Escott | Gernerth |
| Apian | Boner | Cavalieri | De Saras | Euklid | Glaisher |
| Archibald | Boon | Cebular | Deprez | Euler | Goldstine |
| Archimedes | Brauer | Chiliad | Deschauer | Everett | Gonzales- |
| Arithmetica | Bremiker | Chuquet | Diaz | Ewing | Velasco |
| As-Samaw´al | Brewster | Clark | Dietrichkeit | Excel | Gottwald |
| Atwood | Briggs | Clausberg | Differenzen | Faktorentafel | Gourdon |
| Ausblick | Britannica | Claussen | Ditton | Falke | Grant |
| Austwick | Brown | Collectanea | Dobson | Faustmann | Grattan- |
| Ayoub | Bruderer | Computer | Dodson | Ferrol | Guinness |
| Babbage | Burg | Comrie | Dotzler | Fischer | Graves |
| Babylonier | Bürgi | Cotes | Duffield | Fletcher | Gray |
| Barrows | Bürja | Craik | Eastham | Flower | Gregory |
| Barth | Burn | Croarken | Edinburg | Folkerts | Greve |
| Bauschinger | Buteo(n) | Crüger | Egen | Gächter | Grier |
| | Borrel | | Eilmann | | |

Vorbetrachtungen - "Index of Mathematical Tables"

Bevor das Thema **Fehlerbetrachtungen** im weiteren näher betrachtet wird, sollen diese folgenden Sätze vorausgeschickt werden, weil sich besonders ein Mathematiker besonders um die Fehlerbetrachtungen in Mathematischen Tabellen verdient gemacht hat:

Leslie John Comrie. Er hat nämlich bekannt gewordene Fehler in Mathematischen Tafeln aller Art gesammelt, aufgelistet und veröffentlicht.

Angekündigt hatte er die Arbeit zu „Errors in Mathematical Tables“ 1942 in Nature.

Wahrscheinlich erst später wurde Comrie´s Anteil zu Tabellenfehlern 1962 in der zweiten Auflage von Fletcher, Miller, Rosenhead und von ihm posthum als Mitherausgeber in Band 2 ab Seite 781 bis Seite 932 veröffentlicht. Eine andere frühere Ausgabe von Comrie ist nicht bekannt. Die Erste Ausgabe des "Index of Mathematical Tables" war 1946 **ohne** Comrie heraus-gegeben worden. Allerdings hatte Comrie ein Vorwort beigetragen.

Errors in Mathematical Tables

I AM now trying to consolidate for publication, partly in a new American National Research Council quarterly, and partly in a book entitled "A Computer's Guide to Mathematical Tables", the work that I have done during the past twenty years on compiling lists of errors in mathematical tables. I should be glad to be told of any known errors in tables, or to have references to published lists. News of unpublished tables would also be appreciated.

L. J. COMRIE.

Scientific Computing Service, Ltd.,
23 Bedford Square,
London, W.C.1.

© 1942 Nature Publishing Group

Als wichtigste Vertreter sind bei der Analyse von (Logarithmen) Tafelfehlern zu nennen: Vega, Hutton, Babbage, Gernerth, Peters, Glaisher, Comrie,

Auf den folgenden Seiten werden *nähere Informationen zu diesem bedeutsamen und geschätzten „An Index of Mathematical Tables“ gegeben.*

1920

Leslie John Comrie (1893 – 1950)

war Astronom und ein Pionier auf dem Gebiet der Rechenmaschinen. Während des Ersten Weltkrieges verlor er im Gefecht ein Bein. Während seiner Genesung benutzte er zum ersten Mal eine Rechenmaschine und begann damit, diese für Projekte zu modifizieren. Comrie war von 1920 bis 1922 der erste Leiter der Abteilung Datenverarbeitung der British Astronomical Association, bis er von diesem Posten zurücktrat, um am Swarthmore College in den Vereinigten Staaten zu unterrichten. Dort trieb er den Unterricht der numerischen Mathematik voran. 1926 kehrte er nach England zurück, um in das HM Nautical Almanac Office im Royal Greenwich Observatory einzutreten.

Links zum Autor:

https://de.wikipedia.org/wiki/Leslie_John_Comrie

<https://teara.govt.nz/en/1966/comrie-leslie-john-frs>

https://www.wikiwand.com/en/Leslie_Comrie

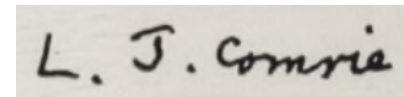
Im April 1928 beschrieb er in seinem Artikel „On the Construction of Tables by Interpolation“ („Über die Erstellung von Tabellen durch Interpolation“) die Interpolation von Daten in Tabellen mit Hilfe von Lochkarten und verglich diese Methode mit dem un-effizienteren und fehleranfälligeren Verfahren, das mechanische Rechner verwendet. Im selben Jahr benutzte er als erster die **Lochkartentechnik**, um wissenschaftliche Berechnungen durchzuführen.

Er benutzte die Fourier-Analyse, um die Stellung des Mondes von 1935 bis 2000 zu berechnen.

Er war der Leiter des HM Nautical Almanac Office von 1930 bis 1936 und gründete 1938 das weltweit erste Computer-Büro .

Comrie war bekannt mit Jean Peters und brachte eine große Zahl von Logarithmentafeln heraus. Er starb 1950 im Alter von 57 Jahren nach einer Reihe von Schlaganfällen.

Eine Auflistung Comrie´s vieler Veröffentlichungen findet sich hier:
<http://www.columbia.edu/cu/computinghistory/comrie.html>



1920 L.J. Comrie checking a Table III



Maschine: <https://collection.sciencemuseumgroup.org.uk/objects/co8347186/national-3000-automatic-bookkeeping-calculating-machine-calculator-keyboard-printer>

Foto: <https://www.cs.auckland.ac.nz/historydisplays/TimeLine/TimeLine2/2.3.02-Comrie/ComrieA.jpg>

FOUR-FIGURE TABLES
OF THE
NATURAL AND LOGARITHMIC
TRIGONOMETRICAL FUNCTIONS
WITH THE ARGUMENT IN TIME

BY
L. J. COMRIE, M.A., Ph.D.
FOR HAZLETT'S MATHEMATICAL ALGEBRAIC SERIES

STANDARD FOUR-FIGURE
MATHEMATICAL TABLES

INCLUDING MANY NEW TABLES
TRIGONOMETRICAL FUNCTIONS FOR RADAINS
INVERSE TRIGONOMETRICAL AND HYPERBOLIC FUNCTIONS
AND AN EXTENDED TABLE OF NATURAL LOGARITHMS

BY
L. M. MILNE-THOMSON, M.A.
HONORARY FELLOW OF HERTSMOUTH COLLEGE, HERTSMOUTH

AND
L. J. COMRIE, M.A., Ph.D.
HONORARY FELLOW OF HAZLETT'S MATHEMATICAL ALGEBRAIC SERIES



PUBLISHED BY THE AUTHOR
LONDON
1931

MACMILLAN AND CO. LIMITED
ST. MARTIN'S STREET, LONDON
1931

CHAMBERS'S FOUR-FIGURE
MATHEMATICAL TABLES

BY
L. J. COMRIE, M.A., Ph.D.
Scientific Computing Service Limited

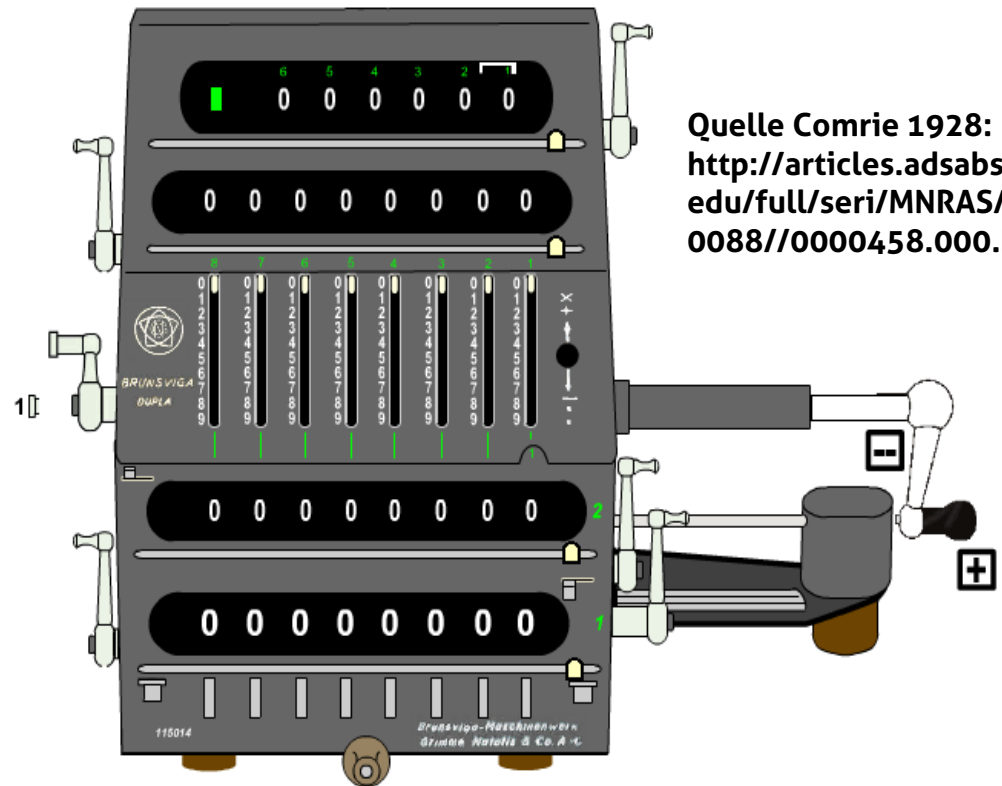
| | |
|---|-----------------|
| THE INSTITUTION OF MECHANICAL ENGINEERS STOREY'S GATE, ST. JAMES'S PARK, LONDON, S.W.1. | |
| Date | 18 October 1948 |
| Shelf | 510-2 |

W. & R. CHAMBERS LTD.
11 THISTLE STREET, EDINBURGH : 38 SOHO SQUARE, LONDON
1947

1920 L.J. Comrie II – his first calculating machine: Brunsviga Dupla

...The real beginning of his career in numerical technique Comrie himself dated from his first lesson on a Brunsviga machine given him by Karl Pearson at University College, London, while the Armistice (Waffenstillstand) was being signed in 1918. Having chosen astronomy, Comrie.....

Quelle:
Massey, Harrie Stewart Wilson, "Leslie John Comrie," *Obituary Notices of Fellows of the Royal Society*, Vol. 8, 1952, pp. 97-107.



Quelle Comrie 1928:
<http://articles.adsabs.harvard.edu/full/seri/MNRAS/0088//0000458.000.html>

V. 1.2.72 (C) Stephan Weiss 2008

Details zum Modell und zu dessen Emulation von Stephan Weiss:
<http://www.mechrech.info/workmod/BruDupla/BruDupla4.pdf>
<http://www.mechrech.info/workmod/BruDupla/Dupla99.html>

May this collection be helpful in answering these questions....

- What makes it so advantageous to know about logarithms and how to calculate them ?
- Why is it so beneficial to know how logarithms have entered their tables ?
- Who are those people who developed and published those calculations ?
- What did people of all kinds of professions trigger to deal closer with the calculation of logarithms ?
- ...more/other questions

De Logarithmorum Ratione

**This Collection of Sources about the Computation of Logarithms
is the result
of 13 years of gathering and documenting relevant publications.**

**It will only be distributed as hardcopy
PRIVATISSIME by me.**

Contact me at kk@collectanea.eu for further details on how to get your copy.

**Calculating (even with logarithms) supports intellectual development
as well as learning about and applying accuracy and precision !**

Thanks for your attention.

Besonderheiten numerischer Logarithmen (1614 – 1699)

In diesem Zeitraum sind die Logarithmen richtig ins Laufen gekommen. 1614 ist die erste Logarithmentafel in Schottland in lateinischer Sprache (Numeri artificialis) veröffentlicht worden, die in ihrer Art im Wesentlichen den Astronomen gewidmet waren. 1617 folgten die ersten dekadischen Chiliads of Logarithms in England. 1618 entstand die Möglichkeit, die „Numeri artificialis“ in die dekadischen umzurechnen.

1620 wurde in Prag eine Tafel mit einem neuen Logarithmentyp – den Antilogarithmen - veröffentlicht, der sich nicht durchsetzte, weil Handhabungshinweise fehlten.

1624 kamen in Marburg speziell berechnete Chalias Logarithmorum heraus.

Dekadische Logarithmen jedoch waren für arithmetische Berechnungen leichter zu handhaben und schnell folgten weitere Ausgaben und 1624 das erste 14-stellige Grosswerk „Arithmetica Logarithmica“, in dem allerdings einige Logarithmen (die von 20.000 - 90.000) fehlten. Diese Werte wurden 1627 durch einen Holländer ergänzt und von einem Landsmann ab 1628 zunächst 10-stellig europaweit erfolgreich - auch in den Landessprachen und ab 1636 bis 1821 7-stellig - vertrieben.

1653 wurde ein neuer Logarithmentyp, die für Astronomen wichtigen logistischen Logarithmen, ins Leben gerufen.

„Nebenbei“ wurden ab 1660 neue Methoden und besonders interessante Varianten zur Berechnung von Logarithmen von bedeutenden Mathematikern der Zeit erarbeitet.

1617/1624

Henry Briggs (1561 – 1630)

studierte seit 1577 in Cambridge, wurde 1581 Bachelor of Arts, 1585 Master of Arts und 1588 Fellow des St John's College, Cambridge.

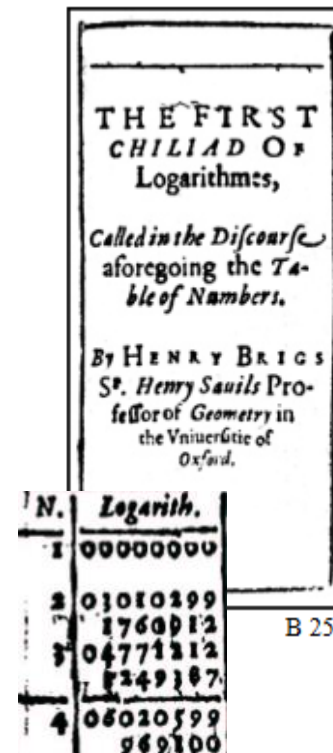
Im Jahr 1592 wurde er Examinator für das Fach Mathematik, bald darauf Dozent für medizinische Vorlesungen („Reader of the Physic Lecture founded by Dr. Linacre“) am Royal College of Physicians of London und ab 1596 Astronomie und Navigation als Professor der Geometrie am damals wenige Jahre alten Gresham College in London.

Link zum Autor:
https://de.wikipedia.org/wiki/Henry_Briggs

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/DNB/Briggs.html>

The First Chiliad... (1617)

Arithmetica Logarithmica (1624)



Link zur Quelle/Titel 1617:

<http://www.cbi.umn.edu/hostedpublications/Tomash/pdf/03%20B%20chapter.pdf> (14 stellige Mantissen)

Link zur Quelle/Titel 1624:

<https://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/2642583>

1624 Arithmetica Logarithmica: recent links explaining the Radix method

„elderly“ sources:
1915 Tercentenary
1928 Ernst Bindel

| $1+x$ | $\log(1+x)$ | $\log_x(1+x)$ |
|----------------------------------|----------------|---------------|
| 10 | 1 | 0.1 |
| $\sqrt{10} \approx 3.162278$ | $\frac{1}{2}$ | 0.231 |
| $\sqrt[3]{10} \approx 1.778279$ | $\frac{1}{3}$ | 0.321 |
| $\sqrt[4]{10} \approx 1.333521$ | $\frac{1}{4}$ | 0.375 |
| $\sqrt[5]{10} \approx 1.154782$ | $\frac{1}{5}$ | 0.404 |
| $\sqrt[6]{10} \approx 1.074608$ | $\frac{1}{6}$ | 0.419 |
| $\sqrt[7]{10} \approx 1.036633$ | $\frac{1}{7}$ | 0.427 |
| $\sqrt[8]{10} \approx 1.018152$ | $\frac{1}{8}$ | 0.430 |
| $\sqrt[9]{10} \approx 1.009035$ | $\frac{1}{9}$ | 0.432 |
| $\sqrt[10]{10} \approx 1.004507$ | $\frac{1}{10}$ | 0.433 |
| $\sqrt[11]{10} \approx 1.002251$ | $\frac{1}{11}$ | 0.434 |

Link explaining the Radix method:
<http://home.citycable.ch/pierrefleur/Jacques-Laporte/>

(Briggs and the HP35)

* <http://www.mathematikinformation.info/pdf/MI47Sonar.pdf>

Weitere wichtige Quellen zur Darstellung der Berechnung der Briggs'schen Berechnungsmethode aus jüngster Zeit:
1989 Detlef Gronau [2001]
1992 Gerlinde Faustmann
1995 Joachim Fischer [2014]
2004 Thomas Sonar *
2009 Erwin Tomash/Michael R. Williams
2010 Denis Roegel:
<https://locomat.loria.fr/briggs1624/briggs1624doc.pdf>
2013 Stefan Weiss + Klaus Kühn [2014]
Menso Folkerts