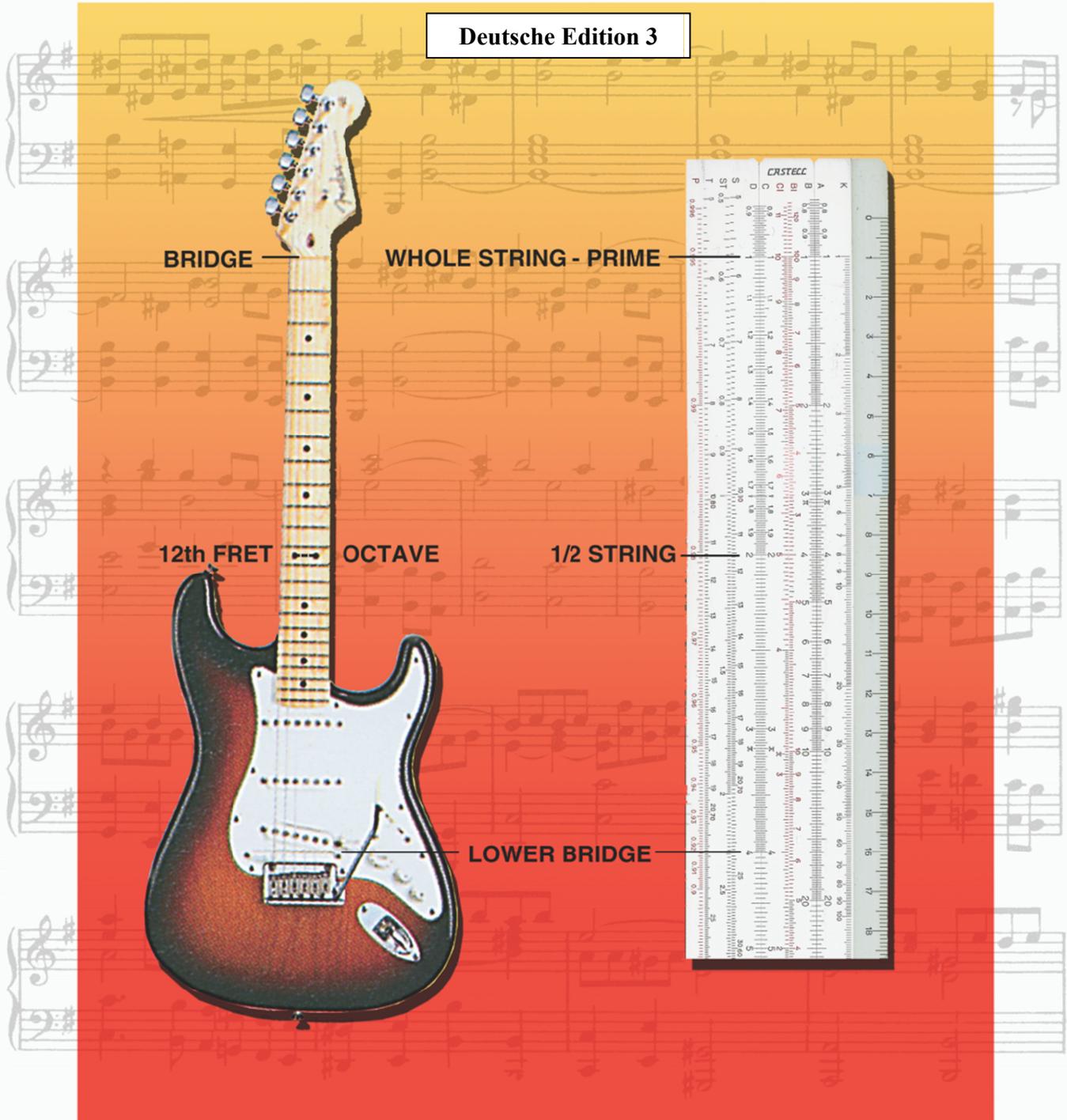


CALCULATING WITH TONES: THE LOGARITHMIC LOGIC OF MUSIC

Deutsche Edition 3



BY KLAUS KUEHN AND RODGER SHEPHERD



Rechnen mit Tönen - Die logarithmische Logik der Musik

Klaus Kühn
und Rodger Shepherd († 2020 – in memoriam)

erweiterte deutsche Ausgabe 3

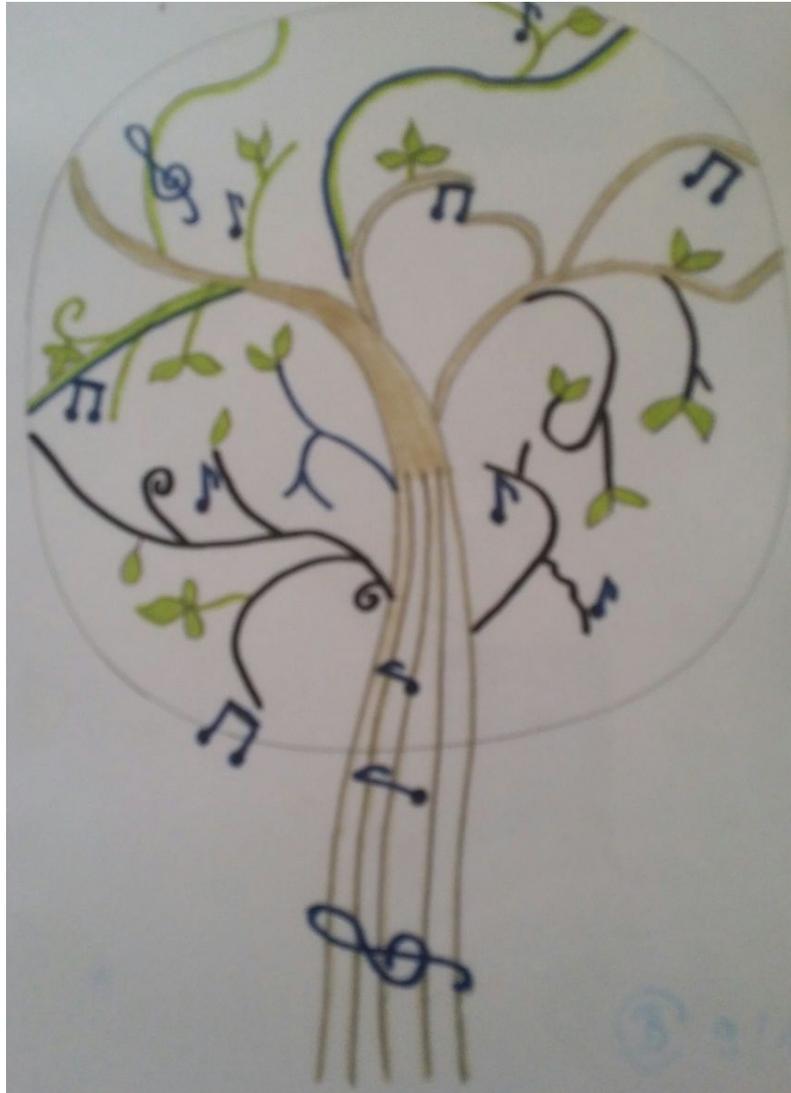
Sommer 2024

Urprung: Rechnen mit Tönen - Die logarithmische Logik der Musik; Edition 2.0

© 2023 von Klaus Kuehn ist lizenziert unter CC BY-ND 4.0.

Um eine Kopie dieser Lizenz anzuzeigen, besuchen Sie

<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/>



Bettina Compes: Der Notenbaum

Vielen Dank an Bettina!

Diese erweiterte und eingedeutschte 3. Auflage von „Rechnen mit Tönen“ ist meinem Sohn Jasper Leonard und seiner Frau Nicole Servatius sowie deren Nachwuchs, meinem Enkel Remo gewidmet.



Vorwort zu dieser neuen deutschsprachigen 3. Ausgabe – was ist neu?

Seit Erscheinen der ersten englischen Auflage im Jahr 2009 sind weitere neue Literatur sowie neue Online-Medien zum Thema „Rechnen mit Tönen“ erschienen. Daher war für die zweite Ausgabe eine sorgfältige Auswahl des vorhandenen Materials notwendig, um Redundanzen zu vermeiden. Ebenso waren neue und schwieriger zu beschaffende Aspekte aus den letzten 15 Jahren Katalysatoren für die Aktualisierung der ersten Ausgabe. Der Inhalt ist auf die gleiche Weise strukturiert, wird jedoch nun im Hintergrund durch die Geschichte der Musiktheorie ergänzt, die die Entwicklung von Berechnungsmethoden zur Optimierung der Unterteilung einer Tonleiter vorangetrieben hat. Andererseits sind jetzt auch einige seltene „neu entdeckte“ pädagogische Spezialgebiete und Geräte integriert, die Lehrer und Musiker bei der Arbeit mit EQUAL TONE-Einstellungen unterstützen.

Trotz der Fülle an Inhalten, die über das Internet verfügbar sind, kann dieses Manuskript offensichtlich nur einen kleinen Teil der vorhandenen und verfügbaren Quellen und Materialien abdecken. Der Fokus lag also auf der Einbeziehung der Kerninformationen.

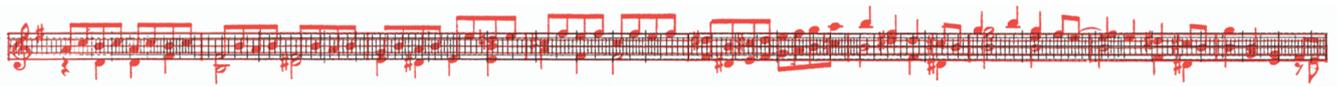
In den ersten drei Kapiteln wird der Leser in die Grundlagen der Töne und der Intervalle (Abstände) zwischen diesen Tönen eingeführt.

Neu in dieser 3. Ausgabe ist die Theoriegeschichte der musikalischen Entwicklungen. Dies wird in Kapitel 4 in einigen „seltenen“ Details behandelt.

Kapitel 5 und 6 widmen sich der Rolle von Logarithmen in der Musik. Es wird eine Einführung in die Geschichte der Tonlogarithmen sowie in einige neu entdeckte Geräte wie die „Musikalischen Graphiken“ von Michael Stifel und Abdias Trew [Troy] gegeben. Darüber hinaus findet der Leser Details über ein Mesolabium sowie einige neu „entdeckte“ Musikbereiche, Rechenschieber, Rechenscheiben, Schiebendiagramme und Computerprogramme zum Rechnen mit Tönen. Der letzte Teil von Kapitel 6 zeigt die Verwendung von Zahlen durch Komponisten sowie dem Erstellen von Grafiken aus Kompositionen.

Diese vollständige 3. eingedeutschte Auflage (186 Seiten) von „Calculated with Tones – The Logarithmic Logic of Music“ wird ausschließlich als private und pädagogische „nur gedruckte“ Creative-Commons-Publikation verbreitet und schließt mit einer Zusammenfassung, Danksagungen und einer ausführlichen Bibliographie. Eine Liste zusätzlicher Lektüren, Ergänzungen, relevanter LINKS und Materialien zum Thema, die möglicherweise urheberrechtlich geschützt sind, sind nur per Schlüsselwort erhältlich.

Anfragen dazu sollten über <https://www.collectanea.eu/> an den Autor gerichtet werden.



Mein besonderer Dank geht an Michael Casey, aber auch an alle beitragenden Mitglieder der sehr aktiven International Musicological Society (IMS) Study Group Musical Diagrams: [Musical Diagrams 2022] und an die Zürcher Hochschule der Künste, die sehr viel Tiefgreifendes und sehr Hilfreiches sowie spezifische Informationen zum Rechnen mit Tönen unter <https://sound-colour-space.zhdk.ch/> bietet.

Mein Dank gilt auch der Oughtred Society und ihrem Präsidenten Robert de Cesaris, die die Zusammenstellung der englischen Neuauflage initiiert haben.

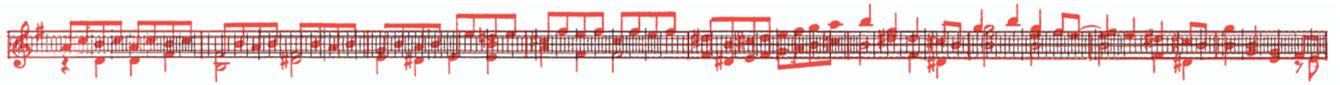
Sehr geschätzt und geehrt wird die enorme und immer wertvolle übersetzerische Unterstützung, die David Rance quasi als “Mitherausgeber/Co-Autor” für den leider verstorbenen Rodger Shepherd leistete.

Dr. Klaus Kühn, Kompilator –
Sammeln, Auswählen (der schwierigste Teil) und Präsentieren von verfügbarem Wissen und Quellen auf sinnvolle, klare, historische, attraktive/interessante und lehrreiche Weise.

Übersetztes Vorwort zur englischen Erstausgabe 2009

Das Thema „Rechnen mit Tönen“ erfordert Perspektiven aus verschiedenen Disziplinen, wie zum Beispiel der Physik, der Mathematik, der Musiktheorie und der Psychophysik. Vor diesem Hintergrund haben wir einige kurze, aber hoffentlich ausreichend detaillierte Hintergrundinformationen aus diesen verschiedenen Disziplinen bereitgestellt. Dies ermöglicht eine verständliche Auseinandersetzung mit den Zusammenhängen zwischen der Berechnung von Tönen, der Berechnung mit Tönen und der Musik.

Das Interesse an diesem Thema wurde zunächst durch einen „Rechenschieber für Orgelpfeifen (System Rensch)“ geweckt [Steinbaugh 1999], der auf einer Auktion angeboten wurde (und den KK nicht erwerben konnte), was allerdings später durch die Ermutigung eines befreundeten Rechenschiebersammlers erfolgreich war. Daher haben wir uns die Beziehung zwischen Mathematik und musikalischen Tönen genauer angesehen. Die Literatur zu diesem Thema ist im Wesentlichen vollständig und es gibt nicht viel mehr zu sagen oder zu schreiben. Allerdings ist diese Literatur für die meisten Menschen nicht leicht zugänglich. Deshalb möchten wir dem Leser in der folgenden Monographie alles, was wir gelernt haben, in komprimierter und übersichtlicher Form anbieten. Alle relevanten Referenzen sind im Literaturverzeichnis aufgeführt und griffbereit. Selbstverständlich haben auch Rechercheergebnisse im Internet als Stoff für diesen kurzen Rückblick geliefert. Die Ergebnisse unserer Internetrecherchen waren zunächst dürftig. Je vertrauter wir uns mit der



Thematik machten, desto umfangreicher wurde die Ausbeute (über 4500 Zitate), so dass wir den Wald vor lauter Bäumen nicht aus den Augen verlieren mussten.

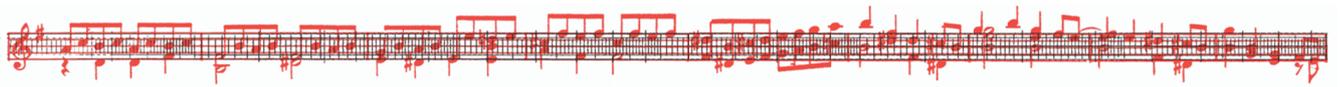
Es wurde immer wieder gesagt, dass musikalische Menschen auch ein gutes Verständnis für Mathematik haben. Es ist nicht der Zweck dieser Arbeit, diese Kombination oder Assoziation zu untersuchen. Dieser Diskurs soll es dem Leser lediglich ermöglichen, sich an einige Zusammenhänge zu erinnern (die vielleicht aus dem Gedächtnis verschwunden sind) oder sich dieser zum ersten Mal bewusst zu werden. Natürlich hätte uns das Thema vielleicht nicht so sehr interessiert, wenn Logarithmen in der Musik nicht eine so wesentliche Rolle (wie bei einem Rechenschieber) gespielt hätten.

Bei dieser aktuellen Monographie handelt es sich um die aktualisierte und deutlich erweiterte Fassung der deutschen Erstausgabe aus den Jahren 2003/2005:

<https://www.collectanea.eu/applikationen/musik/> .

Es geht nun um folgende Fragen:

1. Wie ist eine Tonleiter aufgebaut? Wie wurde sie erzeugt ?
2. Welchen Beitrag leistete Pythagoras vor 2500 Jahren ?
3. Wie hat das Monochord geholfen ?
4. Was ist der Unterschied zwischen reiner und temperierter Stimmung ?
5. Welche Bedeutung hat das pythagoreische Komma ?
6. Gibt es mathematische Aufgaben/Probleme in der Musik ?
7. Was versteht man unter dem Quintenzirkel ?
8. In welcher Beziehung stehen dyadische Logarithmen zur Musik ?
9. Welchen Vorteil bietet die Messung in „Cent“ ?
10. Was besagt das Weber-Fechner-Gesetz ?
11. Welche Implikationen haben Tonlogarithmen ?
12. Warum sind die Tasten einer Tastatur mit einem Rechenschieber vergleichbar ?
13. Wie und warum verengen sich die Abstände zwischen den Bündeln einer Gitarre mit zunehmender Tonhöhe ?
14. Wie hängen Normzahlen mit den Schwingungsverhältnissen von Tönen zusammen ?
15. Was sagt uns die Musikgeschichte ?
16. Was hatten Musiktheoretiker/Historiker vor ?
17. Warum waren musikalische Rechenschieber so hilfreich ?
18. Was macht den Unterschied zwischen Konsonanz und Dissonanz aus ?
19. Was ist das Besondere an westlicher Musik ?
20. Wonach sucht die Ethnomusikologie ?
21. Gedanken zur Harmonie



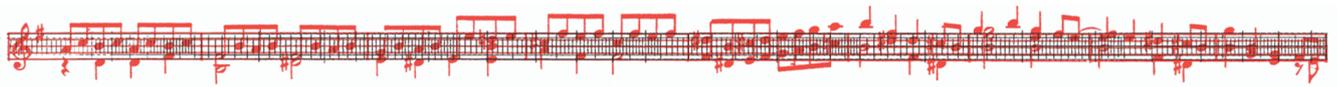
Vorwort	4
Inhaltsverzeichnis	7
1. Einführung	10
2. Pythagoras	13
2.1. Monochord	13
2.1.1. Robert Fludd (1617)	17
2.2. Der Ursprung der pythagoreischen Tonskala	18
2.2.1. Tromba Marina (eine Saite)	22
2.2.2. Guzheng – Chinesische Zither (mehrsaitig)	25
2.2.3. Juan Caramuel (Mehrsaiter)	26
2.3. Geometrische Berechnung der pythagoreischen Tonskala	27
2.4. Geometrische Berechnung einer Quadratwurzel	28
3. Tonhöhenintervalle	29
3.1. Diatonisch oder rein?	32
3.2. Der Quintenzirkel	34
3.2.1. Circulo Musico - Hartung (1749)	38
3.3. Temperierte Stimmung	40
3.4. Tonleitern anderer Kulturen	45
3.4.1. Griechenland	45
3.4.2. Indien	48
4. Werkzeuge und Grafiken, die in der Musiktheorie vor den Logarithmen verwendet wurden	49
4.1. Von Pythagoras (500 v. Chr.) bis Boethius (500 n. Chr.)	51
4.2. Guidos Hand, Tonnotation und Solmisierung (~ 1000)	53
4.3. Berno von Reichenau (~ 1000)	56
4.4. Johannes de Muris (1355) und Glareanus/ Henricus Loriti (1547) – griechische Skalennamen	57
4.5. Geometrisch-mechanisches Werkzeug (Mesolabio), beschrieben von Gioseffo Zarlino 1558, 1571	58
4.6. Ambrosius Wilfflingseder (1563)	59
4.7. Maternus Beringer (1610)	61
4.8. Abdias Trew (1597 – 1669)	62
4.9. Sigmund Theophil Stadens Scheibe ~ 1650	64



5. Die Rolle von Logarithmen	65
5.1. Michael Stifel – Arithmetica Integra 1544	65
5.2. Dyadische Logarithmen und „Cent“	69
5.3. Tonlogarithmen	81
5.3.1. Geschichte der Tonlogarithmen – Zeittabellen und Anwendungen	81
5.3.2. Tabellen und Anwendungen musikalischer Logarithmen (eine Auswahl)	85
5.3.2.1. Niederländisch	85
5.3.2.2. Italienisch und Spanisch	86
5.3.2.3. Französisch	89
5.3.2.4. Englisch	93
5.3.2.4.1. Alexander Ellis (1814 – 1890)	93
5.3.2.4.2. Arbeiten mit CENT: Eine Untersuchung von Fred Lieberman	95
5.3.2.5. Deutsch	96
5.3.2.5.1. Cent-Tabelle	98
5.3.2.5.2. Frequenz - und Cent- Beziehung	99
5.3.2.5.3. Hans Kayser	101
5.3.2.5.4. Helmut K.H. Lange	102
5.4. Der Bundabstand einer Gitarre	104
5.5. Töne und Normzahlen	107
5.6. Das Weber-Fechner-Gesetz oder die Quantifizierung der Empfindung oder des Reizes (Basilarmembran)	110
6. Rechengeräte und Rechenschieber für Musik(er) – “Tonalite des instruments”	113
6.1. Geometrisch-mechanische Ansätze	124
6.1.1. Mesolabio von Gioseffo Zarlino 1571	124
6.2. Musikalische Grafiken von Abdias Trew – 1635	128
6.3. Kreisförmige Tonhöhendigramme wie der Musical Compass Englisch 1684	135
6.4. Sectores Musicalis 1617 – 1750	136
6.4.1. Sector Musicalis – vor 1650	136
6.4.2. Compas Harmonico – Joseph Zaragoza 1675	139
6.4.3. Sector Musicalis – um 1750	143
6.5. Diagonalskala für Monochordskalierung – 1808	148
6.6. Rechenscheibe zum Transponieren von Musiknoten	150
6.7. Schiebendiagramme (Musikdatenschieber)	151
6.8. Computer Programme	154



6.9. Komponisten und Musiker, die mit Zahlen spielen/arbeiten	155
6.9.1. Johann Sebastian Bach (1685 – 1750) „Bach en het getal“ Bach und Zahlen	155
6.9.2. Wolfgang Amadeus Mozart (1756 – 1791) „Mozarts Würfelmusik – Musikalische Würfelspiele“	158
6.9.3. Arnold Schönberg – Zwölftongeräte	161
6.9.4. Harry Partch (1901 – 1974) – „Chromelodeon“	164
6.9.5. Weitere Beispiele: Berechnen und Herstellen von Glocken	165
6.10. Andersherum: Programm zur Übertragung von Musik in Zahlen/farbige Computergrafiken	165
7. Zusammenfassung	168
8. Danksagungen	173
Gedicht von Eberhard Schröder 2003	174
9. Bibliographie - alphabetisch	178
Nicolai Sarafov Kalenderblatt 2019 - Die Instrumentalisierung der Musik	186



1. Einführung

Starten wir mit einigen Konzepten aus der Harmonietheorie und beginnen mit dem Beispiel einer C-Dur-Tonleiter.

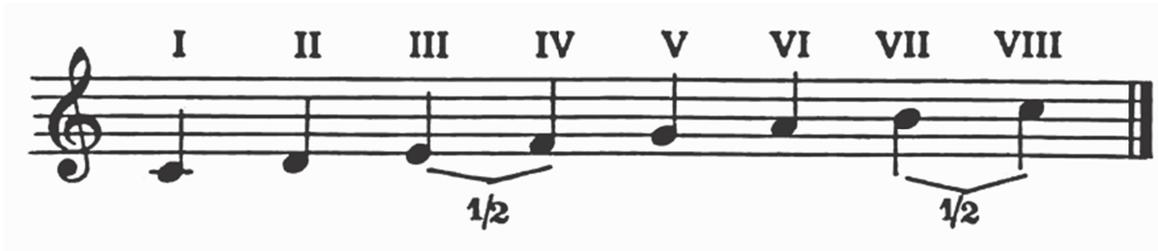


Abbildung 1.1: C-Dur-Tonleiter (von c' 256 Hz bis c'' 512 Hz)

Die römischen Ziffern geben die Position der Töne in der Reihe an. An den durch die Klammern gekennzeichneten Stellen (also zwischen den Tönen III und IV und auch zwischen den Tönen VII und VIII) stehen die sogenannten „Halbtöne“. Die anderen Intervalle sind „Volltöne“. Unterteilt man die Tonleiter in der Mitte in jeweils vier Töne, so liegen die Halbtöne der resultierenden beiden Tonleitern zwischen den letzten beiden Tönen. Die Position der Halbtöne zwischen den Tönen III und IV ist typisch für ALLE Dur-Tonleitern. Tonleitern, die (wie oben beschrieben) aus fünf Ganztonschritten und zwei Halbtönen bestehen, werden diatonische Tonleitern genannt.

Seit Odo von Cluny (878 – 942) haben Töne charakteristische Buchstabenbezeichnungen:

Tabelle 1.1: Buchstabenbezeichnungen von Tönen

	Deutsch	Französisch (nach Solfege) (eingedeutscht)	Amerikanisch	Amerikanisch beginnend mit Ton A
Ton I (untere zusätzliche Notenzeile)	C	Ut (Do)	C	Folgt der alphabetischen Reihenfolge: A
Ton II	D	Re	D	B
Ton III	E	Mi	E	C
Ton IV	F	Fa	F	D
Ton V	G	Sol (So)	G	E
Ton VI	A	La	A	F
Ton VII	H	Si (Ti)	B	G
Ton VIII	C	Ut (Do)	C	A